A Parte Rei. Revista de Filosofía

La *intuición* en el análisis kantiano de la Geometría

Pablo Paroli

> Si se quiere determinar, dice Guillermo Humboldt, la gloria que Kant ha dado a su patria y sus servicios al pensamiento especulativo, hay que considerar necesariamente tres cosas: 1º que lo que ha destruido, nunca volverá a levantarse; 2º que lo que ha fundado nunca perecerá; 3º y lo más capital, que ha establecido una reforma a la que muy pocas se asemejan en toda la historia de la filosofía.
>
> Kuno Fischer, 1876

Resumen

Este trabajo tiene por finalidad mostrar, y tratar de esclarecer, algunos puntos oscuros de la filosofía de la matemática de Kant contenidos especialmente en la Crítica de la Razón Pura. De todos los aspectos que allí se encuentran, el interés apuntará a discutir algunos problemas que aparecen en la noción de “intuición”, para lo cual serán consideradas tanto las críticas formuladas a principios del siglo XX por L. Couturat como también los aportes hechos por P. Strawson y J. Hintikka, que podrían lograr la reinterpretación de una noción que parecía quedar rezagada.

Introducción

El análisis de Kant sobre las matemáticas va acompañado por un interés que sobrepasa la simple curiosidad intelectual hacia el tema. Su objetivo final no es hacer un estudio de lo que ocurre dentro de esta ciencia, sino que todo apunta a preparar el camino para el desarrollo de la metafísica. En el primer párrafo del prólogo a la primer edición de la Crítica de la Razón Pura ya es claro en sus preocupaciones: el análisis allí está centrado en una razón que, a causa de una naturaleza que no puede rechazar, se formula determinados problemas que no puede por sí misma solucionar. La mente humana choca con preocupaciones sobre la realidad extrasensible que ni puede responder, ni puede ocultar. Como consecuencia de este problema, todo el trabajo presentado en la Critica tiene como finalidad analizar hasta dónde son legítimas estas cuestiones y hasta dónde pueden tener una respuesta o utilidad.

Kant valora la facultad natural que genera el conocimiento metafísico y a su vez es realista al observar que el camino recorrido en la historia no ha dado acuerdos sobre su ejercicio, por lo que propone un análisis crítico de sus posibilidades y alcances. Previo a toda metafísica debe existir una filosofía que marque sus límites y depure todas las ilusiones que están encubiertas bajo esa forma de conocimiento. La filosofía será entonces una disciplina que tratará sobre el camino permisible por el que transitará la metafísica.

En relación a la función otorgada a la metafísica, la matemática ocupará un papel privilegiado en el sistema kantiano; este cuerpo de conocimiento servirá de apoyo para mostrar la forma en que es posible el establecimiento de un sistema de juicios universales y necesarios. La matemática entonces muestra el modelo de una ciencia que logra la generación de sus conceptos de forma independiente a la experiencia, pero además es analizada en la Critica de la Razón Pura para rivalizar contra aquellos que, siguiendo a Leibniz y a Wolff, pretendieron imponer para la metafísica un método similar al logrado por la matemática. Todas estas características hacen que se encuentre un desarrollo filosófico sobre las matemáticas en los escritos de Kant, y sobre esto no es casual que Couturat comience su análisis citando la observación que hace Zimmerman sobre la importancia asignada a esta ciencia dentro del sistema: "si los juicios matemáticos no son sintéticos, faltaría el fundamento a toda crítica kantiana de la razón" (Couturat, p.13).

Immanuel Kant

a) El método al que debe la matemática su triunfo resulta caracterizado en la Metodología Trascendental como un conocimiento racional por construcción de conceptos, y la construcción de un concepto se logra mediante la "exposición a-priori de la intuición que le corresponde". Estas afirmaciones necesitan algunas aclaraciones. Para Kant la matemática conforma un conocimiento necesario, lo que implica que su generación está dada en forma independiente de la experiencia y de toda impresión sensible, es decir, a-priori[1]. Pero esta desvinculación con la experiencia no lo excluye de una relación directa con las intuiciones debido a que "(...)todo pensar tiene que referirse ya directa, ya indirectamente a intuiciones" (CRP. p. 49), y estas intuiciones a las que se refiere son las formas puras de la sensibilidad, espacio y tiempo. En el caso de la geometría, los conceptos presentados tratan sobre las propiedades de la intuición pura del espacio, pero para llegar a componer esos juicios es necesario, además, apoyarse en intuiciones; de allí será posible, y tan sólo desde allí, la formación de juicios sintéticos a-priori.

La cuestión por lo tanto es establecer cómo se lleva adelante esa "representación en la intuición" a partir de dónde se construyen los juicios sintéticos a priori.

b) Como forma de ordenar lo anterior, podemos decir que el conocimiento matemático cumple con las siguientes características.

i) está compuesto de juicios sintéticos a-priori. Por lo tanto hacen ii) referencia a la intuición pura, y esa intuición lo determinará como un iii) conocimiento racional por construcción de conceptos.

i) Tanto en la Introducción de la Critica como en la Estética Trascendental, Kant asegura que la matemática está compuesta por juicios sintéticos a priori. Más allá de todas las citas que se podrían hacer sobre el tema, éste es el punto de arranque. Lo que le permitirá a Kant asegurar tales características es la absoluta necesidad y universalidad de sus enunciados que, según lo establecido en el capítulo IV de la Introducción, es un elemento que permite reconocer los juicios sintéticos a priori: "Necesidad y universalidad estrictas son pues señales seguras de un conocimiento a priori y están inseparablemente unidas" (CRP. p. 357). Los rasgos distintivos de los juicios sintéticos están desarrollados con más detalle en ese mismo capítulo de la

[1] Estas dos propiedades son las que determinan el carácter a-priori del conocimiento. (cfr. CRP. p.33)

Introducción, donde Kant estudia la relación sujeto-predicado en los juicios afirmativos. En el caso de estos juicios, si bien el predicado se halla enlazado con el sujeto, ese predicado no le pertenece al sujeto como algo allí implícito. De esta forma, es imposible por el simple análisis del sujeto obtener una "conexión" con el predicado. Como además el conocimiento para ser válido debe corresponderse con la intuición, la dificultad se presentará con aquellos juicios que se obtengan en forma independiente de la experiencia. En ese caso la relación con la intuición sigue existiendo, aunque se genera con la forma en que se organizan esas intuiciones, es decir, las llamadas intuiciones puras (espacio y tiempo).

Con todo esto resuelto para Kant, la matemática es concebida como el conocimiento formulado bajo la forma de juicios sintéticos a priori, y en el caso particular que aquí analizaremos, la geometría, estos juicios versarán sobre la intuición pura del espacio.

ii) La existencia de la geometría es propuesta en base a la necesidad de sus enunciados, enunciados que tratan sobre la intuición pura del espacio. El espacio es una forma subjetiva a partir de la cual los fenómenos son ordenados en determinadas relaciones de lugar (CRP. p. 67) que están "incluidas" en el sujeto, permitiendo de esta manera que todo el conocimiento de la geometría se desarrolle en forma independiente de la experiencia.

Ésta es la idea central, pero además Kant deja algunos indicios de lo que tiene en mente al hablar de la intuición que sirve de apoyo en la construcción de los juicios matemáticos. Tomando los ejemplos propuestos en el capítulo V de la Introducción, la intuición parece ser la simple representación sensible de los conceptos formulados (en el ejemplo de la suma de 7+5 parece ubicar la referencia a la intuición como la simple representación de los números 5 y 7 mediante puntos, lo que dará como resultado otra intuición que debemos establecer de la misma forma). Con esta representación en la intuición es posible formular entonces un juicio, cosa que será imposible sólo con el análisis de los conceptos previos. También en la Metodología Trascendental parece ser claro sobre el tema: la referencia por la intuición al concepto consiste en el simple trazado de la figura en el papel o en la imaginación, "por ejemplo: yo construyo un triángulo exponiendo el objeto correspondiente a ese concepto, ya sea por mera imaginación en la intuición pura, ya sea, mediante ella, en el papel, en la empírica, pero ambas veces completamente a priori, sin haber tomado como modelo para él, experiencia alguna" (CRP p. 428).

No queda claro aquí cómo se representa la intuición "en la imaginación", pero sí es claro en un aspecto en lo referente a la formación del concepto en relación a su representación sensible: no se generan los conceptos mediante la "extracción" de propiedades a partir de la contemplación de una figura empírica[2]. Al hablar de la presentación de la intuición correspondiente, Kant hace referencia al proceso mediante el cual se construye la figura, no a las propiedades que posteriormente podrán encontrarse en ella: "la figura individual dibujada es empírica y no obstante, sirve para expresar el concepto a pesar de la universalidad de éste, porque en esa intuición empírica se contempla solamente el acto de construcción del concepto(...)" (CRP. p. 428). Entonces, lo que permite a la matemática construir sus conceptos es la capacidad de exponer primero la intuición, y esa intuición que permitirá contemplar las propiedades del espacio (en el caso de la geometría), es la que posibilitará el enlace de un predicado extraño al sujeto, pero que sin embargo le corresponde.

[2] "(...) [en la figura triangular contemplada] son completamente indiferentes muchas determinaciones, por ejemplo: la de la magnitud, la de los lados y de los ángulos y, en consecuencia, se prescinde de estas diferencias que no alteran el concepto de triángulo" (CRP p. 428 429).

iii) Llegamos a uno de los puntos más confusos de la Crítica sobre las matemáticas. Ya habíamos establecido que la posibilidad de formular juicios sintéticos a priori en esta ciencia estaba dada por su capacidad de construir conceptos a priori, y "construir un concepto significa exponer a priori la intuición que le corresponde (...) porque en esa intuición se contempla el acto de construcción del concepto" (CRP p. 428).

La idea es que para formular un juicio matemático debe haber una generación –o construcción- de un concepto a partir de otro previo. Como no se trata de juicios analíticos, esa construcción es posible sólo gracias a la representación del concepto que se tiene con anterioridad, y es por lo tanto esa representación en la intuición, lo que permite enlazar un concepto con otro en forma independiente de la experiencia. Dadas estas características, Kant asegura que la matemática es un conocimiento racional por construcción de conceptos.

Los puntos recién desarrollados serán abordados mediante las exposiciones de Couturat, Strawson y Hintikka.

Louis Couturat

Couturat está en desacuerdo con casi la totalidad de la propuesta kantiana. Según el autor, las matemáticas no son un conjunto de juicios sintéticos a priori, sino que forman un sistema de juicios analíticos, donde sus conceptos y propiedades se obtienen mediante definiciones y no por intuiciones. Las afirmaciones de Kant sobre las propiedades de los juicios, afirma, ni siquiera están claras y muestran concepciones erróneas.

Couturat aprovecha cierto "vacío" que queda en la Crítica en relación a los enunciados de la geometría. A lo largo de la obra aparecen ejemplos que pretenden mostrar las características de cierto tipo de proposiciones; por ejemplo, que "todo lo que sucede tiene una causa", es sintética y a priori; que "todos los cuerpos son pesados", es analítica, etc., pero muchas veces este tipo de ejemplificaciones provocan confusión. En el capítulo V de la Introducción, Kant, en su argumentación sobre el carácter sintético de los juicios matemáticos, afirma que el juicio "la línea recta es la más corta entre dos puntos" es una proposición sintética a priori (CRP p. 41). Para enunciarla, parte del hecho de que el concepto de "lo más corto" no se puede obtener mediante el análisis del concepto de "línea recta", ya que el concepto cualitativo de "recta" no contiene nada perteneciente a la magnitud (CRP p. 41). Por lo tanto, el concepto de "lo más corto" es añadido al de "línea recta" en forma independiente de la experiencia, lo que implica que el juicio formulado es sintético a priori.

Couturat no opina que esto sea correcto. Si bien a primera vista puede parecer que un concepto es cualitativo (el de "línea recta") y el otro cuantitativo (el de "la más corta"), y con esto la imposibilidad de deducir el segundo a partir del primero, el desarrollo presentado por Couturat asegura que esto no es así. Para éste, si bien "la línea recta" no es una magnitud, sí es un elemento a partir del cual es posible su definición; el concepto de "línea recta" permite definir la magnitud. Si se fijan puntos en una línea recta es posible establecer relaciones entre los segmentos delimitados por esos puntos, a partir de donde podrán definirse la suma y la desigualdad. Es posible entonces partir de una línea recta que no contiene nada relativo a magnitudes y definir desde allí lo que es una suma y una desigualdad. Si una recta es mayor a otra quedará establecido desde su definición; nada tiene que hacer en ese momento la intuición. Con esto la formulación del enunciado "la línea recta es la menor distancia entre dos puntos" no requiere ningún apoyo en la intuición como reclamaba Kant, sino una comparación de magnitudes definidas a partir del concepto de "línea recta" (Couturat p. 69-70) (más adelante se formularán algunas objeciones al planteo de Couturat).

De la misma forma que fue descrita la posición anterior, Couturat asegura que se puede hacer lo mismo con muchos de los demás ejemplos propuestos por Kant; en ningún momento es necesario apelar a la llamada intuición en el razonamiento matemático, sino que todo está contenido en las definiciones de los conceptos y es un proceso puramente deductivo.

Por el contrario, para Kant no es posible formular un juicio matemático simplemente en base a definiciones analíticas. Sobre esto es claro al afirmar que la revolución comenzada por Tales justamente consistió en dejar de lado esta idea: "para conocer las propiedades de una figura no convenía guiarse por lo que en la figura se contemplaba, y menos en su simple concepto" (CRP p. 159). Los juicios que refieren a propiedades de los objetos matemáticos no se pueden hacer entonces en base a "simples conceptos" (definiciones analíticas), ni en base a la contemplación empírica de la figura, sino que la clave está en su construcción. Es evidente aquí que no es la simple contemplación de la figura empírica lo que permite formular un juicio, p.e., que la suma de los ángulos internos de un triángulo sea igual a dos rectos no proviene de la medición empírica de los ángulos de ese triángulo. Para demostrar ese juicio Kant afirma que es absolutamente necesario recurrir a una construcción auxiliar que permitirá su validez. Según Couturat, en ese caso no es que la demostración del juicio pueda llevarse adelante gracias a esas construcciones, sino que la demostración se logrará utilizando los datos y condiciones definidos en el problema; la construcción auxiliar puede ayudar a la demostración, pero no puede existir si no están previamente definidos sus elementos y propiedades. La definición es lo que hace posible la existencia de la figura, y es allí donde quedan establecidas sus propiedades. Sobre esto dice que: "En todos los casos sucede igual, no puede construirse, y que sea válida, ninguna figura sin estar previamente determinada por su definición. Construirla es solamente realizar empíricamente elementos presupuestos en una figura ideal y como previamente a la figura ideal se refieren los razonamientos geométricos, construirla no significa agregarle nada, sino hacerla únicamente accesible a la sensibilidad en una forma pragmática y aproximada" (Couturat p. 74).

Hasta aquí vimos que para Couturat no es posible defender la existencia de intuiciones que hagan posibles los juicios matemáticos. La matemática está compuesta de definiciones a partir de donde se formularán hipótesis y teoremas bajo la forma de juicios analíticos.

Por otra parte, en la Metodología Trascendental Kant intenta mostrar las diferencias existentes en los métodos de la filosofía y la matemática. Su idea es que la primera no puede seguir el método de la última[3], y, entre otras cosas, dice que "el conocimiento filosófico contempla solamente lo particular en lo universal; el matemático, lo universal en lo particular (...)" (CRP. p. 429). Como es de esperar, Couturat no cree sostenible esta afirmación. La idea de fondo que mantiene es que en la matemática cuando se demuestra un teorema, no se razona sobre las propiedades particulares de la figura, y sí sobre las propiedades generales de las figuras que están ya definidas. "Para nada se requieren las propiedades intuitivas de la figura particular que se considera; solo las propiedades que resultan de su definición o de su construcción, es decir, de las hipótesis del teorema (...) un llamado a la intuición (aún la pretendida intuición a priori) no se distingue ciertamente de un dato empírico ni tiene

[3] "(...) la geometría y la filosofía son dos cosas totalmente diferentes aunque se den la mano en la ciencia de la naturaleza, y, por consiguiente, el procedimiento de una nunca puede ser imitado por el de la otra" (CRP p. 704).

más valor que él. Se puede determinar el número π midiendo el contorno de un círculo material; se dice que Arquímedes encontró la cuadratura de la parábola pesando cuerpos recortados conforme a estas curvas; pero tales procedimientos son evidentemente extraños al método matemático y no más por cierto, de lo que viene a se un apoyo en la intuición." (Couturat, p. 79).

De servir para algo, la intuiciones solo tienen valor como un simple auxilio para las matemáticas, pero no es posible partir desde esas figuras individuales y enunciar propiedades generales de la figura.

El desarrollo presentado anteriormente corresponde con la primer objeción de Couturat a la formulación Kantiana de la intuición geométrica, pero restan dos más.

La segunda observación de Couturat apunta contra una tesis que intente corregir los problemas generados en el punto anterior. Vimos que Kant no podía defender la objeción de que una imagen particular no puede contener las propiedades encontradas en los conceptos generales, entonces, la opción que le queda (y que intentó hacer, según Couturat) es decir que los conceptos no se refieren a imágenes sino a esquemas, ya que éstos, a diferencia de las imágenes que son particulares, contienen propiedades generales (Couturat p. 79). Pero es cierto que de sostener estas afirmaciones, estaría en contradicción con lo ya dicho sobre la matemática, esto es, que considera lo general mediante lo particular. De ser así, esta objeción es correcta, y se basaría en una contradicción en el argumento kantiano.

La tercer objeción de Couturat parte del desarrollo mismo de la ciencia y es idéntica a lo que podría hacer cualquier persona dedicada al estudio de la matemática. Si bien hay casos en que parece ser necesaria la construcción de líneas auxiliares en la geometría, no sucede esto en la geometría analítica, donde "el razonamiento es conducido por medio de ecuaciones generales que representan indiferentemente a todas las figuras de una misma especie (...)" (Couturat p. 81). Si la intuición es tomada simplemente como el trazado de la figura a la que refieren los conceptos, entonces puede ser correcto lo observado por Couturat. En definitiva es cierto que es posible razonar y operar con formas cónicas sin siquiera especificar de qué tipo de figura se está hablando (Couturat p. 81); lo único que allí se necesita es manejar ecuaciones, y no es necesario establecer su referencia. Sobre esto podrían quedar dudas, ya que si bien de hecho no se hace la representación correspondiente a esa figura, sí sería posible hacerse; aunque no fuera necesario, en cualquier momento del razonamiento se podría por lo menos presentar un trazado con una interpretación geométrica del procedimiento a llevar. Para no dejar lugar a dudas de casos en los que no se puede lograr una representación en la intuición, se pude intentar la operación en espacios vectoriales de dimensiones mayores a tres. Lo primero que se experimenta en este tipo de razonamiento es la incertidumbre sobre lo que se está haciendo. Es posible representar gráficamente y obtener propiedades a partir del razonamiento con vectores de hasta tres dimensiones, pero esto ya no se logra al operar en dimensiones mayores. En el ya clásico "Calculus", Tom Apostol se encarga de resaltar (y lamentar) este hecho: "Desgraciadamente, las representaciones geométricas que son una gran ayuda en la ilustración y justificación de conceptos sobre vectores cuando n = 1, 2 y 3, no pueden utilizarse cuando n>3; por ello, el estudio del álgebra vectorial en espacios de más de tres dimensiones debe hacerse por entero con medios analíticos" (Apóstol, p. 547). Mediante lo anterior queda demostrado que quienes participan activamente en el desarrollo de la matemática parecen estar de acuerdo con la opinión de Couturat.

Observaciones a las críticas de Couturat

1. Si tomamos en cuenta las objeciones formuladas por Couturat asumiendo lo que él entiende como representación a priori de la intuición, esto es,

como un trazado empírico de la figura correspondiente al concepto sobre el que se está razonando, entonces debemos dar la razón a su análisis (esta interpretación no es nada descolocada, al contrario, es de las más comunes. Por ejemplo, Körner afirma que "la construcción, o la representación a priori, de un triángulo euclideano, es análoga al trazado de un triángulo físico en una pizarra. La construcción, o la representación a priori, del número dos es análoga a la colocación sucesiva de un objeto físico tras otro" (Körner p. 34).

Pero también aquí es necesario hacer algunas observaciones en base a lo encontrado en la Crítica. Cuando Couturat afirma que los juicios geométricos son analíticos y no sintéticos, asegura que en la formulación de esos juicios no es lo fundamental hacer caso al llamado a la intuición, porque para poder construir esa figura primero debe estar determinada por su definición. Sobre esto dice: "(...) no puede construirse, y que sea válida, ninguna figura sin estar previamente determinada por su definición; construirla es sólo realizar empíricamente elementos propuestos en una figura individual (...)" (Couturat p. 74). Aún aceptando esto, es decir, que la figura antes de representarse en la intuición debe estar definida, no debemos pasar por alto que la definición en matemática funciona a partir de una síntesis a priori, con lo que el problema de la intuición reaparece. En un pasaje en el que Kant argumenta porqué la filosofía no debe seguir el método de la matemática, dice que "(...) las definiciones filosóficas son solamente exposiciones de conceptos dados, mientras que las matemáticas son construcciones de conceptos originalmente formados; las primeras, efectuadas analíticamente por descomposición (sin que haya certidumbre apodíctica de que sean completas); las segundas, sintéticamente y, en consecuencia, forman el concepto mismo a diferencia de los primeras que se limitan a explicarlo" (CRP_2 p. 706). Aquí un kantiano podría hacer ver este planteo a Couturat y argumentar que aunque no todos los juicios de la matemática sean sintéticos a priori, sí lo son aquéllos a partir de los cuales se definen los objetos y sus propiedades.

2. Si tomamos la intuición tal como ha sido planteada anteriormente (representación sensible de un concepto), podrían ser pertinentes algunas de las objeciones de Couturat. Pero hay momentos en que esto no es tan claro. Kant deja abierta la posibilidad, aunque no la precisa, de que la exposición de la intuición no sea simplemente a través de un trazado en un papel, sino que su representación se puede llevar a cabo en la "imaginación". Es posible contemplar la construcción del concepto exhibiendo " (...) el objeto correspondiente a este concepto, ya sea por la mera imaginación en la intuición pura, ya sea mediante ella, en un papel en la empírica" (CRP. p. 428). Quizás una concepción sobre la matemática que intente esclarecer lo que es una representación en la imaginación logre pasar por alto críticas semejantes a la de Couturat (Strawson, como veremos, sigue esta estrategia).

Además de todo lo anterior, otra salida que también le queda a Kant está en que existe la posibilidad, no en el caso de la geometría pero sí en el de la aritmética, de que la exposición en la intuición se dé, no mediante una "construcción ostensiva" sino mediante una "construcción simbólica", y aquí nuevamente quedan de lado las figuras empíricas. La aritmética "(...) mediante una construcción simbólica llega, exactamente igual que la geometría mediante una construcción ostensiva o geométrica (de los objetos mismos), hasta donde no podría llegar nunca mediante meros conceptos el conocimiento discursivo" (CRP. p. 430)". Por lo afirmado antes, la representación de la intuición podría no ser necesariamente la construcción de una figura empírica, sino una construcción simbólica.

3. Cuando Couturat analiza el juicio: "la distancia más corta entre dos puntos es una recta", con el objetivo de mostrar que la distinción analítico-sintética no es clara, asegura que en este juicio el predicado puede extraerse mediante un análisis del

sujeto con la simple ”ayuda” de las definiciones de suma y desigualdad. En primera instancia, la derivación de un concepto cualitativo a otro cuantitativo que Kant tenía como imposible, parece ser posible con el desarrollo de Couturat. Pero el problema de su solución está en que para lograr la derivación se apoya en la definición de suma y desigualdad. Sobre este punto sólo basta recordar que una suma para Kant no puede lograrse sin un apoyo en la intuición; lo mismo sucede con la relación de desigualdad: tanto esta relación (o principio) como el de identidad, que descansan en el principio de no contradicción, y sólo sirven para el “encadenamiento” del razonamiento “(...) aunque valen según meros conceptos, no son admitidos en la matemática más que porque pueden ser expuestos en la intuición” (CRP p.42).

Además del asombro de la afirmación kantiana[4], esto hace posible seguir sosteniendo que para formular el juicio se necesita recurrir a la intuición.

Peter Strawson

A pesar de las críticas de Couturat, existe una forma de hacer funcionar el mecanismo descripto por Kant en base a lo postulado anteriormente. Esta estrategia consiste en sostener la idea de que la representación del concepto en la intuición no necesariamente deba hacerse en un papel, sino que puede lograrse en la “mera imaginación”. Esta idea proviene de las mismas posibilidades que Kant deja abiertas en la Metodología Trascendental. Allí dice, al tratar el caso particular de un triángulo, que la construcción del concepto mediante una figura individual puede contemplarse “exhibiendo el objeto correspondiente a este concepto, ya sea por la mera imaginación en la intuición pura, ya sea en el papel en la empírica, pero ambas veces completamente a priori; sin haber tomado como modelo para él, experiencia alguna” (CRP. p.428)

El análisis de Strawson parte de esta posibilidad. En el apéndice final de “Los límites del sentido”, afirma que es en la imaginación donde se representan los elementos de la matemática, pero esta representación no coincide con una imagen empírica del concepto. Para construir conceptos, lo que se debe hacer es que la imaginación logre establecer lo que llama la “figura fenoménica”. Estas figuras fenoménicas contienen las apariencias de los objetos físicos, pero no se representan a través de ellos. Es decir, un triángulo representado en la intuición pura contendrá la “apariencia triangular”, con propiedades que después serán aplicables a triángulos empíricos, pero la representación en la intuición del concepto de triángulo no consistirá en el trazado de su figura empírica.

Con esta nueva propuesta, la geometría no sería una ciencia sobre las relaciones espaciales, sino que trataría sobre los “fenómenos espaciales” de los objetos físicos.

Según afirma el propio Strawson, su análisis es poco preciso, y además tiene dos problemas fundamentales:

i) ¿Qué son esas figuras fenoménicas? ¿Qué es la “apariencia triangular” de un triángulo?

ii) Si esas figuras contienen, como parece, las propiedades de las figuras físicas, entonces ya no tienen la característica fundamental que Kant le atribuye al razonamiento matemático, esto es, ser la contemplación de lo universal a través de lo particular (CRP p. 429), sino que ocurre lo contrario: el razonamiento matemático

[4] Kant ya había afirmado que los juicios sintéticos a priori deben necesariamente apoyarse en las intuición, pero en este momento deja abierta la posibilidad de que algunos juicios analíticos tengan esa posibilidad. Esto es bastante desconcertante, pero así queda establecido en la Crítica (cfr. CRP p.41)

parece darse para Strawson, de lo universal, mediante las figuras fenoménicas, a lo particular.

Jakkoo Hintikka

Hintikka propone una nueva interpretación del sentido dado a las intuiciones por Kant para el caso de las matemáticas. Como precaución es necesario tener en cuenta que la intención de su planteo no es simplemente hacer esta relectura de pasajes kantianos, sino lograr una visión que asegure el funcionamiento de sus propias concepciones filosóficas. El fin último del autor es eliminar el sujeto estático kantiano, en el que el conocimiento comienza pasivamente en la facultad de intuición por medio de la "plasmación" de las sensaciones. Hintikka asegura que esto debe ser dejado de lado, ya que en el desarrollo del conocimiento, el sujeto no se comporta de esta forma sino que establece un proceso de búsqueda y descubrimiento mediante juegos de lenguaje (p. 197). A partir de esta posición, la deducción trascendental de las categorías debe ser reemplazada por una "deducción trascendental de la semántica de la teoría de juegos" (p. 199). Pero ésta es la finalidad de Hintikka, y tratar ese tema excede las aspiraciones de este trabajo; lo que sí veremos es el nuevo desarrollo sobre las intuiciones en las matemáticas.

Como vimos, la matemática es establecida por Kant en la Metodología Trascendental como el conocimiento racional por construcción de conceptos, y la construcción de esos conceptos consiste en la representación a priori de la intuición correspondiente. Sobre esto es demasiado claro como para que aparezcan diferencias en la interpretación. La cuestión está sí en lo que se entiende por la intuición que representa al concepto. Ya Couturat mostró las dificultades que aparecen al ligarlas a las impresiones sensibles, y Strawson intentó en parte dar una solución a este problema. Hintikka acepta que esto es un error -el "error aristotélico"- y argumenta que la teoría de las matemáticas que liga las intuiciones a la sensibilidad, se presenta en un período tardío en la filosofía de Kant (posterior a la Estética Trascendental). A pesar de esto, es posible configurar una teoría desarrollada por Kant en la que las intuiciones no tienen ese papel. Hintikka asegura que aunque la Metodología está al final de la Crítica, sus concepciones pueden ubicarse en un período previo, donde todavía no estaba ligado el par intuición-sensibilidad. Su análisis intenta tomar la concepción matemática en ese período.

Según Hintikka la intuición puede ser tomada como "toda idea particular en cuanto se distingue de conceptos generales", o, en otras palabras "todo aquello que en la mente humana representa un individuo es una intuición" (Hintikka p. 161). Con esta nueva interpretación, no es lícito afirmar que la construcción de la intuición esté dada a partir de la representación empírica del concepto, sino que las construcciones sólo implican la introducción de representantes particulares de conceptos generales (Hintikka p. 161). En el caso del álgebra esta idea parece ser bastante plausible. En definitiva toda operación simbólica que allí se realice, será en estos términos. En ese caso los símbolos representan elementos individuales, por lo tanto allí se emplean las intuiciones en este sentido. Lo mismo sucede cuando hacemos operaciones en esta materia: se introducen representantes particulares que, operación de por medio, darán nuevos elementos individuales, y esta nueva introducción de individuos particulares (intuiciones) es el resultado de la construcción de conceptos en esa ciencia (Hintikka p. 165).

En la geometría ocurre algo similar. La relación entre Kant y la geometría de Euclides es algo que ha recibido diferentes interpretaciones. Por un lado están quienes afirman que Kant intentó dar apoyo mediante la idea de las intuiciones a aquellos postulados que eran indemostrables mediante las definiciones y teoremas contenidas en su corpus, y esto probaría que en última instancia son las intuiciones quienes nos permiten dar un paso adelante en esas ciencias (Strawson p. 250)[5]; por otro lado están quienes afirman lo contrario a esto, es decir, que las representaciones presentadas por Euclides tienen diseños artificiosos y confusos que pueden ser evitados mediante una demostración en la que sean tenidos en cuenta simplemente los datos y definiciones del problema (Couturat p. 74, 75)[6]; y en última instancia está la interpretación de Hintikka, que pretende cambiar el centro de la discusión. Las interpretaciones anteriores, dice, son justas si se toma lo expuesto en la Estética Trascendental, pero no toman en cuenta lo contenido en el período precrítico sobre la matemática. La relación entre Kant y Euclides en ese período está en lo que ambos entienden que es una construcción en la geometría. Si tomamos el desarrollo del razonamiento geométrico presentado en los Elementos de Euclides, Hintikka asegura que allí podemos bien diferenciar cinco o seis partes: en un primer momento se enuncia la proposición, luego de esa enunciación, el contenido es construido mediante una figura particular que luego, en una etapa posterior, será completada mediante una construcción auxiliar. Después de hechas todas estas construcciones, mediante axiomas y proposiciones previas, se hacen una serie de inferencias por medio de las cuales se llega a la conclusión esperada (Hintikka, p. 167 – 168).

La idea de Hintikka es que lo que Kant tiene en mente cuando habla de “construcción en la intuición” es lo mismo que hace Euclides en la “exposición” y la “construcción auxiliar”, esto es, todo proceso en el que el razonamiento va “dirigido” mediante la introducción de elementos particulares. En el caso específico de la geometría euclídea, lo que ocurre es que la proposición general es exhibida mediante elementos particulares, y esto es lo característico del método allí empleado por la geometría.

Cualquier razonamiento matemático que implique la utilización de representantes particulares será un razonamiento intuitivo. En el caso de la geometría, la representación de líneas y demás elementos que implican sus construcciones no serán intuiciones por el hecho de ser un trazado empírico o mental, sino por implicar la inclusión de representantes particulares dentro del razonamiento. En la Estética Trascendental la intuición tiene una relación directa con la sensibilidad, lo que ha llevado a relacionar estos dos elementos y, por lo tanto, a postular que los representantes individuales son elementos sensibles. La idea de Hintikka es que es posible “aislar” el período en que Kant comete este error del resto de su obra. De ser posible esto, se podría asimilar el mecanismo matemático con un proceso lógico[7], con

---

[5] Stawson afirma que “(...) el fijarnos en la interpretación fenoménica nos ayuda a ver cómo era posible que se desarrollara la geometría euclídea de manera tan satisfactoria, a pesar del hecho, señalado por matemáticos posteriores más rigurosos, de que tal como se lo pensaba, no todos los teoremas pueden deducirse rigurosamente por pura lógica a partir de axiomas y definiciones propuestas” (Strawson p. 250)

[6] “Desde hace mucho tiempo se critica el carácter artificial de las demostraciones de Euclides porque se apoyan en construcciones muchas veces complicadas y en apariencia arbitrarias, empleando gran andamiaje de líneas auxiliares que parten de la figura dada y construyen elementos extraños a ella. Esto da la impresión de que no puede llegarse a demostrar una hipótesis sino por medio de grandes rodeos y esfuerzos de la imaginación; tales demostraciones no parecen realmente razonamientos lógicos y concatenados sino aventuras de la imaginación . Generalmente se los puede sustituir por demostraciones más simples y directas, fundadas en propiedades intrínsecas de la figura dado que no exigen un solo trazo de líneas auxiliares (Couturat p. 74, 75)

[7] El proceso lógico al que se refiere es a lo que la lógica moderna a denominado “instanciación existencial”. Para un desarrollo de estas ideas Hintikka remite a varios artículos, pero no trata aquí el tema (Hintikka, p. 184, nota 17)

lo cual se lograría obtener una concepción de la matemática que pase por alto las consecuencias provenientes de la formalización de las geometrías.

Conclusión

Si hay algo en lo que Cassirer acierta sobre Kant es en la observación de la irregular presentación del significado de los términos en la Crítica de la Razón Pura. El concepto de intuición allí es ofrecido de forma tan ambigua que da lugar a interpretaciones como la de Hintikka, quien asegura, nada más y nada menos, que de acuerdo a lo presentado en la Metodología Trascendental, la intuición en la matemática está desvinculada de la sensibilidad, y además, que este apéndice de la Crítica no sigue una concepción coherente con la Estética Trascendental, sino que corresponde a un período previo[8]. El razonamiento por medio de intuiciones puede ser visto en el período precrítico como un razonamiento lógico que nada tiene que ver con la sensibilidad.

Lo que Hintikka pretende es reflotar la teoría kantiana mediante esta reinterpretación que le permitirá componer una idea de la geometría que evada los problemas a que ha sido llevado el planteamiento Kantiano a partir de la posibilidad de la formalización en esa ciencia.

Además de lo atrayente o no que pueda resultar esta teoría, hay algo que es claro en todos los análisis abordados: la intuición en la geometría no puede ser ligada a la sensibilidad. Con todas las observaciones realizadas, esto mismo es afirmado tanto por Couturat en su intento “destructivo” por mostrar que “el coloso de granito tiene pies de arcilla”; por Strawson, que demuestra indirectamente su interés por desvincular el par intuición-sensibilidad al ensayar una salida por la “representación en la imaginación” a través de las “figuras fenoménicas”; y, como vimos, Hintikka es claro y explícito sobre este tema.

Estas interpretaciones dejan en una posición bastante desfavorable las ideas kantianas sobre la geometría: si no es posible sostener que exista una vinculación entre la intuición y la sensibilidad, entonces esto implica que la geometría no puede basar su conocimiento a partir de lo dado en la forma pura de la sensibilidad. Por lo tanto la geometría no sería lo que Kant pretende, esto es, una ciencia que obtiene su conocimiento mediante juicios sintéticos a priori que tratan de la estructura en la que el sujeto “ordena” las intuiciones empíricas.

Bibliografía

- Apóstol, T.; Cálculus; Ed. Reverté; México; 1999
- Cassirer, E.; Kant, vida y doctrina; FCE; México; 1996
- Couturat, L.; La filosofía de la matemática de Kant; UNAM; México; 1960
- Hintikka, J.; El viaje filosófico más largo; Ed. Gedisa; Barcelona; 1998
- Kant, I.; Crítica de la razón pura (CRP); Ed. Libertador, Bs. As.; 2004
- Kant, I.; Prolegómenos (PR) ; Ed. Alhambra; Madrid; 1992

[8] Estas afirmaciones no quedan totalmente confirmadas. En la Metodología Trascendental Kant sigue, al igual que en la Estética Trascendental, haciendo uso de la idea de intuición en la matemática como la forma de los fenómenos. Por ejemplo allí Kant dice que “(...) de todas las intuiciones no se dan a priori más que la mera forma de los fenómenos: espacio y tiempo” (CRP p. 432)

- Körner, S.; Kant; Ed. Alianza; Madrid; 1977
- Strawson, P.; Los límites del sentido; Revista de Occidente; Madrid; 1975.