

Los Rizos de la Lógica

Ian Stewart

Douglas R. Hofstadter ."Gödel, Escher, Bach"

En el vigésimo aniversario de la edición del libro de D.R. Hofstadter la editorial Penguin lo reedita. Ian Stewart realiza esta reseña para Amazon.co.uk que Paloma García Abad traduce para el público de lengua Castellana



He manifestado públicamente (en Desert Island Disc, donde se me ha preguntado y ha quedado además grabado) que *Gödel, Escher, Bach: an Eternal Golden Braid* es mi libro preferido de siempre. Lo he leído y releído, y todavía encuentro ideas nuevas que ponen en funcionamiento mis jugos mentales. Lo volveré a leer; no me queda la menor duda. Aunque espero no tener que hacerlo como un naufrago en algún lugar en medio del Pacífico. Teniendo en cuenta la relación calidad-precio, se debería dividir el precio por tres, ya que se querrá leer el libro tres veces, o más, como he hecho yo.

Creo que se puede clasificar a *Gödel, Escher, Bach* como un libro de culto a la ciencia y al pop. Sería más exacto decir a la lógica pop. No hay nada comparable a esta obra, y es difícil imaginar que pueda existir algo que la llegue a igualar. El subtítulo del libro:

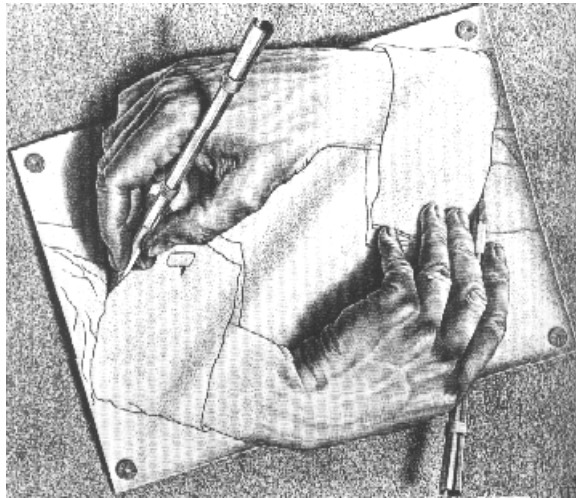
"Una fuga metafórica sobre las mentes y las máquinas en el espíritu de Lewis Carroll"- nos acerca al contenido de la obra. De lo que realmente trata es de la profunda distinción que existe entre la información y el significado. Los ingenieros pueden cuantificar numéricamente la información: la cantidad de información en un mensaje es el menor número de dígitos binarios que se necesitan para expresar dicho mensaje. Pero todavía nadie ha cuantificado el significado. Las diferencias son sobrecogedoras. "Dos más dos es igual a cinco" contiene unos cien bits de información, pero carece de significado (puesto que es falso) "Un leopardo es un gato" contiene mucho significado, pero sólo 80 bits de información. El significado es una cualidad, e intentar cuantificarla puede perfectamente ser una contradicción en si misma - ahora bien, es el significado y no la información lo que mueve el universo físico. Cuando una célula se divide, es el significado de su ADN lo que se pone en funcionamiento (porque la célula obedece las instrucciones del ADN; las transforma en algo real. La información en el ADN, su papel en tanto que mensaje codificado, nunca se transformaría en un organismo si su significado físico no fuera accesible. Son las leyes del mundo físico las que dotan de significado al AND.

Por supuesto que Douglas Hofstadter, por ser quien es, no define el tema central de una forma tan trivial. Lo trae a colación de forma indirecta, haciendo un gran uso de la característica más original del libro: una triple analogía entre los fundamentales descubrimientos en lógica matemática realizados por

Kurt Gödel, los grabados geométricos idiosincrásicos del artista holandés Maurits Escher, y la elegancia y belleza estructural de las fugas de Bach. Si a esta mezcla le añadimos algunos diálogos brillantes entre dos de los personajes de la obra de Carroll, Aquiles y la Tortuga, obtenemos un brebaje tan intoxicante que el libro debería llevar una advertencia para la salud y estar sujeto a impuestos de aduana.

Hofstadter se interesa, aunque sería más acertado hablar de "obsesión", por la ambigüedad y la auto-referencia. Las paradojas auto-referenciales arrojan luz sobre la esencia de la diferencia entre la información y el significado. "Esta oración es una mentira" es una proposición auto-referencial arquetípica. Gödel fraguó un enlace profundo entre dichas proposiciones paradójicas y las matemáticas de la lógica formal. Sus célebres teoremas afirman que no puede probarse la consistencia lógica de cualquier formalización de las matemáticas, y que la aritmética es "incompleta" - no se puede demostrar que algunas proposiciones matemáticas sean verdaderas, pero tampoco se puede demostrar que sean falsas. Se puede considerar que estos teoremas son explotaciones inteligentes de la proposición auto-referencial "no se puede demostrar este teorema". Puesto que los sistemas formales están dentro del ámbito de la inteligencia artificial y los ordenadores - constituyen el lenguaje en el que se dan las instrucciones a los ordenadores - la idea de Gödel revela una seria limitación filosófica de las máquinas algorítmicas.

Las obras de Escher son con frecuencia también auto-referenciales. Los objetos que en ellas aparecen desempeñan varios papeles diferenciados y mutuamente contradictorios. Dos manos se pintan una a la otra - de forma simultánea la mano y la representación de la mano aparecen en una hoja de papel. Un dragón sale de una superficie embaldosada, da un bufido y vuelve a introducirse en ella.





Al igual que los grabados de Escher, los teoremas de Gödel y las fugas de Bach ilustran, cada una de forma separada pero con profundas semejanzas, que el significado es algo diferente a la información. El significado tiene que ver con el contexto más que con el contenido ... y en el caso de los seres humanos, todo lo que hacemos se lleva a cabo en el contexto de nuestras propias mentes. Es el contexto mental lo que proporciona significado a las proposiciones lingüísticas - porque es la mente la que entiende el lenguaje, y es la mente la que recibe y procesa todos los mensajes sensoriales que se reciben sobre el universo exterior. Y es dentro de este patio metafísico donde Hofstadter hace ondear el galón de oro uniendo al matemático, al artista y al compositor.

Tienen que disculparme. Estoy presentando el libro como si se tratara de un tratado filosófico. Lo es, pero no del tipo de los que se han escrito hasta el momento. Y no lo es porque su autor es uno de esos tipos extraños que puede decir cosas serias sin ningún tipo de solemnidad. Todo el libro, desde la tapa hasta la última hoja, es tremendamente *divertido*. Es picante en los juegos de palabras, en los retruécanos, en los llamativos y pequeños trucos y en los supuestos que plantea. Por ejemplo, hay una firma musical de Bach, teniendo en cuenta que B, A y C no sólo son notas musicales, sino que también lo es H - en la Alemania en la que Bach vivió. Los alemanes de entonces utilizaban la letra B para indicar el sí bemol y la H para el sí¹. O, por ejemplo, el desquiciante acertijo MIU. Dad a la serie MI, se puede modificar en varias series en las letras M, I y U, teniendo en cuenta cuatro reglas. Siendo 'x' un secuencia bien formada

- (1) Si xI es una fórmula, también lo será xIU .
- (2) Si Mx es una fórmula, también lo será Mxx .
- (3) Cualquier aparición de III dentro de una fórmula, puede remplazarse por U .
- (4) Cualquier aparición de UU dentro de una fórmula se puede suprimir.

Pregunta: Empezando sólo con MI , ¿se puede formar MU siguiendo las reglas?

¹ En Algunos países centroeuropeos las notas musicales se nombran mediante letras del abecedario A=La, B=Si, C=Do, etc. (Nota de la Traductora)

Se puede uno entretener horas y horas dando vueltas a este asunto. O bien, si surge un pensamiento matemático inteligente, se puede atajar todo el problema y llegar a una conclusión en pocas líneas. No les privaré de la emoción diciéndoles la respuesta.

Salen a relucir distintos matemáticos. El genio indio autodidacta Srinivas Ramanujan, que soñaba con sorprendentes formulas matemáticas mientras dormía, pero que no tenía la más remota idea de cómo resolverlas (Pero eran verdaderas). Alan Turing, uno de los padres de los ordenadores, el inventor del Test de Turing para las máquinas inteligentes y la "Máquina de Turing" como formalización de una computación algorítmica. También se trata la extraña "lógica" de la reduplicación del ADN, sorprendentemente parecida a la versión de Turing del teorema de incompletud de Gödel (basado en la proposición "este programa se detiene si y sólo si se detiene") Y mucho más...

Para mí, y probablemente para muchos lectores, las mejores partes son los diálogos en los que aparecen la Tortuga y Aquiles. Cada uno de ellos encaja a la perfección en la estructura del libro, arrojando luz sobre cualquiera de los temas que se estén tratando en ese momento. Cada uno está estructurado como las fugas de Bach, aunque el lector está disculpado si no se ha dado cuenta. El diálogo más perturbador desde un punto de vista psicológico, en mi opinión, es en el que aparece la tía Hillary - una colonia de hormigas cuya mente viene físicamente representada por el modelo del movimiento de sus hormigas, de la misma forma que nuestras mentes se representan físicamente mediante el modelo del fuego de las células nerviosas en nuestro cerebro. La tía Hillary (*Madame Cologne d'Or Migas, en la traducción española*) mantiene una discusión con el Doctor Anteater (*Oso Hormiguero, en la traducción española*), que se está comiendo su cerebro mientras absorbe a la singular hormiga. La tía Hillary permanece imperturbable - su "personalidad" está formada por la totalidad de sus hormigas en tanto que sistema complejo, no una hormiga en concreto. Siempre que bebemos alcohol, destruimos células del cerebro - pero creemos que son sustituibles. Bueno, la mayoría de nosotros lo cree. Lo mismo ocurre en el caso de la tía Hillary y sus hormigas. Puede que incluso el proceso sea beneficioso.

Tortuga : ¿Cómo es posible que...?

Aquiles: - ¿se beneficie una colonia tras haberse comido sus hormigas?

Cangrejo ¿Cómo es posible que ...?

Tortuga: ¿se beneficie un bosque tras haberse incendiado?

Doctor Anteater: ¿Cómo es posible que ...?

Cangrejo : - ¿se beneficie un árbol tras podar sus ramas?

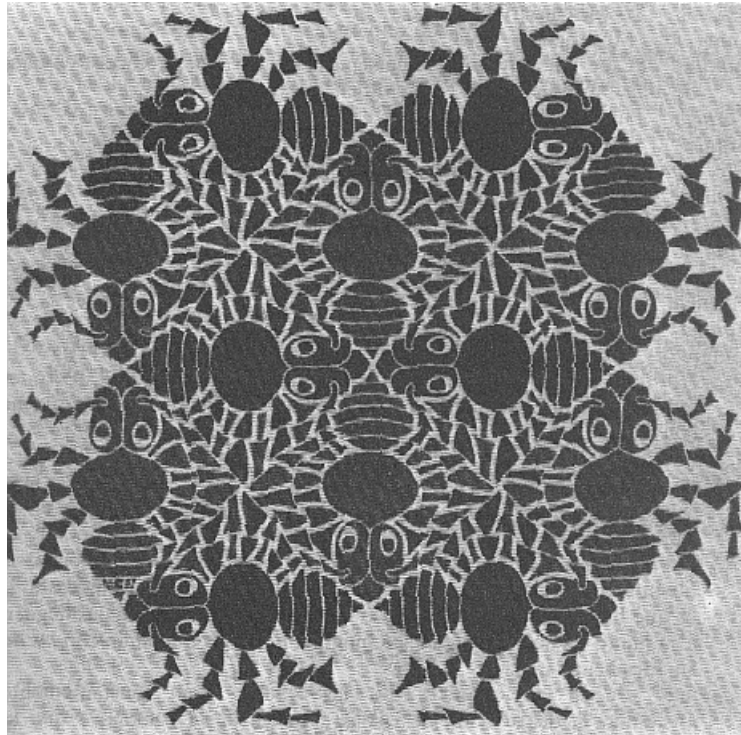
Doctor Anteater: ¿qué se beneficie Aquiles tras haberse cortado el pelo?

Tortuga: Probablemente la mayoría de ustedes estaban demasiado embebidos en la discusión para darse cuenta del maravilloso *stretto* que está presente en esta preciosa fuga de Bach.

Aquiles: ¿Qué es un *stretto*?

Tortuga: ¡Oh, lo siento! Creí que conocías este término. Es la entrada repetitiva de un tema de una voz después de otra con un intervalo muy pequeño entre las dos entradas.

Todo esto ilustrado con la xilografía de Escher "La Fuga de la Hormiga". No se trata concretamente de una coincidencia, puesto que hubo una selección, pero es sorprendente que estuviera allí disponible para poder ser seleccionada.



Extraño universo en el que vivimos.

En las diestras manos de Hofstadter, Aquiles y la Tortuga nos permiten tener una comprensión técnicamente sólida no sólo del contenido de los teoremas de Gödel, sino también de sus pruebas. El truco radica aquí en una serie de tocadiscos, más discos con títulos tales como "No me pueden poner en el tocadiscos 17". Aquiles y la Tortuga examinan las peculiaridades de objetos como balones de fútbol que no tienen la forma de los balones de fútbol. Admiran un tándem monociclo. Juegan con oraciones. Por ejemplo, si usted Quinear² "es una oración de cinco palabras" se obtiene "'es una oración de cinco palabras 'es una oración de cinco palabras". Se preguntan qué oración, cuando se quinea, da una canción de amor de una tortuga. ¿Entendido? Intente entonces Quinear. "Da falsedad cuando va precedida de esta cita"

Esta proposición es una mentira.

El título de esta reseña es falso.

Traducción: Paloma García Abad

² **Quinear**: Es la operación de hacer preceder una frase por su cita, proviene del lógico W.V.O. Quine, que fue el primero en realizar la distinción entre uso y mención para evitar las paradojas de la autorreferencia, **Tarski** posteriormente lo utilizó en su convención [T], para la definición de verdad en lenguajes formales. (nota de la Traductora)