

Zenón, Aquiles, la tortuga y la demostración del infinito

Hugo Santander Ferreira*

Hsantand@mailcity.com

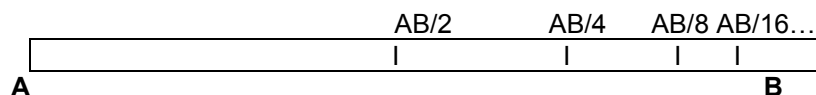
*De cualquier modo, el concepto del infinito no es infinito*¹

Aristóteles, Metafísica 994b, 28

Los periódicos celebran la elaborada y lenta recuperación de varios textos de Arquímedes. Sus tratados matemáticos, concebidos originalmente en el siglo 2 A.C. derivan de un libro de oraciones de la iglesia ortodoxa; un *palimpsestos*, o pergamino reusado que data del siglo noveno. El manuscrito fue hurtado de un monasterio griego de Constantinopla en 1922; Loius Siriex, ciudadano francés, lo compró y lo decoró con iluminaciones piadosas y espurias. Tras su muerte sus herederos buscaron un comprador: su paciencia fue retribuida en Nueva York.

Los medios de comunicación, siempre ávidos de progreso, concluyen que la historia de las matemáticas será reescrita; su hipótesis se basa en el hecho de que Arquímedes, de acuerdo a uno de los fragmentos recobrados, concibió el volumen de una esfera como resultado de la suma infinita de todos sus círculos: una aplicación del concepto matemático del infinito a la geometría euclidiana. Isaac Newton la reformuló sin conocimiento del texto de Arquímedes: una fuerza es una progresión geométrica infinita, útil al momento de calcular la trayectoria curva de los cuerpos en movimiento.

El comentario de Arquímedes aborda, por otra parte, al problema de Aquiles y la tortuga, propuesto en el siglo quinto A.C. por Zenón de Elea:



Aquiles compite una carrera con la tortuga a lo largo de la línea AB; en un gesto de gallardía, el héroe griego otorga a la tortuga la mitad del terreno, esto es, hasta AB/2. Aquiles dobla a la de la tortuga en velocidad: cuando Aquiles, 'el de los pies ligeros', alcanza el punto AB/2, la tortuga se ha desplazado al punto AB/4. Sin desesperarse Aquiles camina hasta el punto AB/4, pero para entonces la tortuga ha alcanzado al punto AB/8 y cuando Aquiles llega al punto AB/8 la tortuga estará en el punto AB/16, después en AB/32, en AB/64 y así infinitamente. En términos matemáticos Aquiles jamás podrá superar a la tortuga.

Desde Aristóteles cada filósofo y matemático conspicuo ha intentado aclarar esta aporía; Hume escribió que las unidades del mundo físico son indivisibles, pero titubeó al momento de dar cuenta de las razones de esta indivisibilidad. Las enciclopedias contemporáneas, ahondando en el razonamiento de Hume, proclaman que una línea no está compuesta de puntos infinitos, sino finitos, tan densamente comprimidos que la distancia entre uno y otro es inexistente. Esta explicación, que algún discípulo de Platón ya habían formulado, es ilusoria: los presupuestos de que hay unidades indivisibles en el mundo físico, y de que la distancia entre dos puntos desaparecerá en un momento dado no satisfacen nuestro entendimiento. Los físicos formulan su respuesta a partir de los neutrinos, las partículas más minúsculas que han detectado en el universo, lo que, siendo útil, no deja de ser inconsistente. Aunque supongamos que la materia más minúscula del universo

* Profesor de la Universidad de Salford, Inglaterra. MFA en Film & Media Arts de Temple University, EU. Director de cine, documentalista y escritor. Autor de la novela «Nuevas Tardes en Manhattan» (Bucaramanga: Editorial Tabor, 2000).

¹ Εὐὶ δὲ μέ, οὐκ ἀπειρόν γ' ἔστιν τὸ ἀπειρο εἰναι.

desaparecerá en un momento determinado para convertirse en energía, nuestro entendimiento podrá, a nivel conceptual, dividir dicha partícula *ad infinitum*.

Propondré por lo tanto una solución matemática y otra ontológica. El primer postulado consta en un diálogo caricaturesco de *La Leçon* de Eugène Ionesco:

PROFESOR— ¿Cuántas unidades hay entre tres y cuatro? O entre cuatro y tres, si usted lo prefiere.

ALUMNA- No hay unidades entre tres y cuatro, profesor. ¡El cuatro viene enseguida después del tres; no hay absolutamente nada entre el tres y el cuatro!

Aquiles supera a la tortuga porque $AB/4$ no es una unidad ulterior a $AB/2$, sino otro género de unidad de carácter imprescindible. Aquiles mide el terreno y sitúa a la tortuga en $AB/2$. Durante la competencia ni Aquiles ni los espectadores se detienen a considerar la multitud de unidades que deriven de $AB/2$. Zenón, por el contrario, nos conduce a fabricar y a cavilar sobre las sub-unidades de $AB/2$. $AB/4$ es equiparada con $AB/2$, y desde $AB/4$ producimos otro género de unidad: $AB/8$, y de allí $AB/16$. La falacia de Zenón consiste en asumir que $AB/4$ es un componente esencial de $AB/2$, y no un subproducto. Retornando a la aplicación de Arquímedes, una esfera es la suma de un número infinito de círculos, en tanto éstos son concebidos a partir de la esfera, pero un número infinito de círculos no constituye necesariamente una esfera. Del mismo modo, si contamos de uno a dos, no precisamos de contar 1.1, 1.11, 1.111, 1.1111, 1.11111, etc. Cada uno de estos números, empero, se referirá siempre a los números uno y dos, en tanto todos son decimales creados a partir de dos números enteros. Zenón trastorna la jerarquía de las unidades correlacionando un número decimal con otro entero.

El problema matemático se aclara; no así el epistemológico. Zenón invita al entendimiento a que reproduzca infinitamente esta progresión matemática: el espacio se divide en cada segmento, infatigable. Si nuestro razonamiento correspondiese al espacio concreto, la tortuga conservaría su ventaja *ad infinitum* y la carrera no tendría fin.

El problema se solucionaría si reduciésemos el infinito a una mera formalidad del entendimiento. Kant asumió esta postura y predicó que el tiempo y el espacio no son entes concretos, sino categorías universales de nuestra intuición. Su propósito, suficientemente apreciado, fue el de conducir nuestras especulaciones hacia los fenómenos finitos e inmediatos, renunciando a las inferencias metafísicas *à la Platon*. Desafortunadamente Kant, en un esfuerzo por dar coherencia a su pensamiento, subordina la realidad al entendimiento: no conocemos el objeto en sí, sino su manifestación fenomenológica. La contradicción de Kant es obvia, como Hegel acotó: Kant nos asegura que no podemos discutir la existencia de objetos fuera de los límites de nuestra razón, pero enseguida pasa a postular la existencia de dichos objetos.

El problema de Zenón *ocurre* en el universo finito que percibimos. El infinito se define y se manifiesta en nuestro entendimiento. Un niño que aprenda a contar abandonará su empresa antes de que descubra que cien años no le serán suficientes para que pronuncie todos los números hasta 63072900000. Del mismo modo, el lector abandona la carrera de Aquiles y la tortuga en cuanto identifica su progresión matemática: $B/1:2$.

Locke² define el infinito como repetición. Repetición que nace en cuanto una idea pierde su misterio, es decir, cuando se torna estática. En matemáticas, basta enunciar una serie para que la comprendamos, y, por ende, limitemos su ejecución. Así aceptamos la coexistencia del infinito dentro de los límites de nuestro entendimiento: más aún, la coexistencia de una *pluralidad* de infinitos: infinito en el infinito, y a su vez nuevas progresiones matemáticas y geométricas que se multiplican.

Espinoza se propuso definir la verdad desde este flujo eterno: así seleccionó un criterio entre un número infinito de cavilaciones: la idea de Pedro —que difiere de Pedro en sí, y de la idea de la idea de Pedro, y de la idea de la idea de la idea de Pedro, etc— es la verdad sobre Pedro. Espinoza renombra la verdad *certeza*³, puesto que ésta es abordada *en un momento determinado*. La verdad, en sí misma, es inabarcable o infinita.

² 'All the ideas that are considered as having parts, and are capable of increase by the addition of any equal or less parts, afford us, by their repetition, the idea of infinity', Locke, John, *An essay concerning Human Understanding* (Oxford: Clarendon Press, 1967), p.127.

³ '...quo sentimus essentiam formalem, est ipsa certitudo'. Espinoza, Baruch, *Tractatus de Intellectus Emendationes* (Paris: Éditions Allia, 1999), p. 56.

Desde Descartes las ciencias exactas se han apropiado de las inquietudes metafísica: hasta hace unos meses se proclamaba que el espacio era una esfera contraída sobre sí misma, dispuesta a repetirse infinitamente. Esta hipótesis, recién refutada, no daría cuenta de un supraespacio o plano capaz de acoger a esta esfera contraída.

Me atrevería a postular, a partir de Zenón, que la convivencia de lo finito con lo infinito es *real*.

Una de las pruebas de la inmortalidad, escribe Descartes, es la permanencia, el hecho de que *continúemos* siendo los mismos. La consciencia de vivir en el infinito era el verdadero misterio del universo para Descartes, y más aún, para Pascal: 'Hay hierbas sobre la tierra: las observamos (...) Y bajo esta hierba, cabellos, y dentro de estos cabellos hay animales microscópicos, pero después ¿la nada? ¡Oh, presuntuoso!'⁴.

Aquiles y la tortuga caminan sobre un espacio abierto al infinito sin perturbaciones.

Si nuestro entendimiento abandona el infinito en cuanto lo aprehende, en cuanto descubre su repetición sistemática, la vida se descubre como una transición sobre universos infinitos. Montaigne concuerda con este juicio cuando señala que la vida *se recorre*. Los místicos abogan por el desapego en aras de una existencia dinámica: el *Estar* teme a las transiciones del Ser. Se camina sobre una línea recta; no es posible aferrarse a un punto determinado.

Consideremos la influencia de la pluralidad en la psique, en donde los placeres o temores más arraigados se aferran a repeticiones. En las últimas páginas de la «Historia del Caballero Zifar» una familia se deleita eternamente bebiendo y festejando: en «Pedro Páramo» las ánimas de los muertos gimen sin reposo: el estilo de ambos autores evidencia la ansiedad o el temor de la repetición. Dante creó un paraíso en donde los justos *disfrutaban* el infinito: un éxtasis continuo, enaltecido por una música y una luz sublime. Concibió así mismo una montaña invertida en donde los condenados *sufren* el infinito y padecen sus vicios predilectos; la angustia de los pecadores dantescos no emana de su dolor, sino de la creencia de *ser* el infinito, de que ese dolor será continuo. El infierno de Dante, como Schopenhauer señala, corresponde a la vida, en donde un vicio se define como el anquilosamiento de la mente en un infinito doloroso —son los excesos quienes esclavizan a sus víctimas—. Coleridge, al expresar su cuitas escribe:

Gastado diariamente en la ponzoña de los pensamientos tristes ⁵

La angustia de la vida cotidiana, como el de las pesadillas, emana de la incompreensión de la pluralidad. El suicida no soporta un pensamiento doloroso y estático, pues confronta el infinito en el tiempo. Pero la angustia, aunque inevitable, es irrelevante. En palabras de Donne:

Esos rayos, tan fuertes y reverentes

¿Por qué habrías de pensarlos?

Yo los eclipse y los nublo al parpadear ⁶

Aunque manipulamos el universo a partir de nuestros sentidos percibimos la coexistencia del infinito. La realidad es un punto que el entendimiento construye en la eternidad.

La filosofía indú niega el tiempo, y discurre a partir del presente. Uno de los mendigos de Samuel Beckett gime que el presente naufraga entre el pasado y el futuro. El recuerdo, el temor y la esperanza son inconsistentes: estados estáticos que provocan dolor o satisfacción. Flujo indolente en el cual la esperanza se adelanta al infinito, en cuanto la angustia lo resiste.

⁴ 'Il y a des herbes sur la terre; nous les voyons. —De la lune on ne les verrait pas. —Et Sur ces herbes des poils; et dans ces poils de petits animaux: mais après cela, plus rien. —Ô présomptueux!' Pascal, Pensées, 266.

⁵ Waste daily with the poison of sad thought

⁶ Thy beames, so reverend and strong

why shoulds thou thinke?

I could eclipse and cloud them with a winke

Queriendo refutar el movimiento, Zenón de Elea prueba la eternidad del tiempo y el espacio; Zenón también será recordado como un humorista consumado, obligando a sus exégetas a que discutan las aspiraciones deportivas de las tortugas.