CURSO*: 1º DESARROLLO DE PRODUCTOS ELECTRÓNICOS.*

MÓDULO: *ELECTRÓNICA ANALÓGICA*

# TEMA: ***ANÁLISIS DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS***

## ANÁLISIS DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS

1. INTRODUCCIÓN.
2. LEYES DE KIRCHOFF.
3. ANÁLISIS DE CIRCUITOS EN CORRIENTE CONTÍNUA.
4. OTROS MÉTODOS DE ANÁLISIS.
5. BIBLIOGRAFÍA.

# 1.- INTRODUCCIÓN

- En el tema anterior se trataron los fenómenos, leyes y magnitudes fundamentales de los circuitos eléctricos, pero no se profundizó en los circuitos en sí mismos.
- Este tema está centrado en el estudio general de los circuitos eléctricos, lo que se conoce como ***teoría de circuitos***.
- Es importante conocer diversos métodos de análisis porque las mismas leyes y teoremas sirven para cualquier tipo de circuito.
- Este tema trata del estudio matemático de una serie de leyes y teoremas, lo que nos proporciona unas herramientas de cálculo muy potentes, sólo limitadas, obviamente, por la exactitud del modelo de nuestro circuito.



# 2.- LEYES DE KIRCHHOFF

2.1.- CONCEPTOS Y DEFINICIONES PREVIAS.

2.2.- PRIMERA LEY DE KIRCHHOFF.

2.3.- SEGUNDA LEY DE KIRCHHOFF.

2.4.- ANÁLISIS DE UNA RED POR KIRCHHOFF.

# 2.1.- CONCEPTOS Y DEFINICIONES PREVIAS

- En un circuito eléctrico tenemos dos tipos de elementos, activos y pasivos.
  - **Elementos activos:** son los generadores de tensión y los generadores de intensidad, ya sean de corriente continua o alterna.
  - **Elementos pasivos:** son resistencias, bobinas y condensadores.
- Para todos los elementos suponemos los parámetros concentrados en un valor y puntos determinados.
- Los cables y las uniones de los componentes se consideran ideales, por tanto de resistencia nula.



# 2.1.- CONCEPTOS Y DEFINICIONES PREVIAS

**Generador de tensión:**

- Elemento capaz de proporcionar una tensión determinada independientemente de la corriente que demande el circuito, que también deberá ser capaz de proporcionar.
- Por lo tanto, la tensión será conocida y la intensidad dependerá de la carga.

**Generador de intensidad:**

- Elemento capaz de proporcionar una intensidad determinada independientemente de la tensión que demande el circuito, que también deberá ser capaz de proporcionar.
- Por lo tanto, la intensidad será conocida y la tensión dependerá de la carga.

# 2.1.- CONCEPTOS Y DEFINICIONES PREVIAS


- Si el generador $E_1$ es de 5 V, para una carga $R_1$ de 1 Ω, el generador proporciona 5 A, mientras que para una carga de 2 Ω, el generador proporciona 2,5 A, etc...
- Si el valor de la fuente $I_G$ es 1 A, para una carga $R_2$ de valor 1 Ω la fuente proporciona 1 V, mientras que para $R_2$ = 2 Ω, la fuente proporciona 2 V, etc…



# 2.1.- CONCEPTOS Y DEFINICIONES PREVIAS

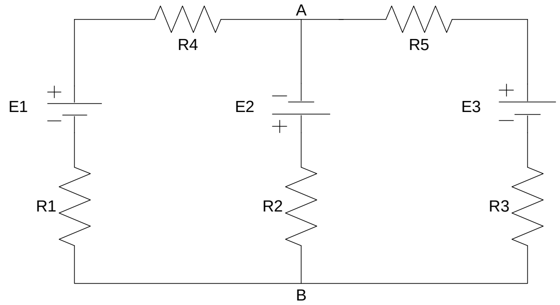
- Cada elemento pasivo tiene una forma distinta para calcular la relación entre su tensión y su intensidad.
  - Para las resistencias, la ley de Ohm: $R = \frac{v(t)}{i(t)}$
  - Para las inductancias o bobinas: $v_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$
  - Para las capacidades o condensadores: $i_c(t) = C \cdot \frac{dv_c(t)}{dt}$

# 2.1.- CONCEPTOS Y DEFINICIONES PREVIAS

- **Nudo**: Punto de un circuito donde se unen más de dos conductores (conectados a algún elemento activo o pasivo del circuito).
- **Rama**: Conjunto de elementos entre cualesquiera dos nudos consecutivos.
- **Malla**: Conjunto de ramas que forman un recorrido cerrado, y sin pasar dos veces por el mismo punto.



# 2.1.- CONCEPTOS Y DEFINICIONES PREVIAS




- Se observan:
  - 2 nudos.
  - 3 ramas.
  - 3 mallas.

## 2.2.- PRIMERA LEY DE KIRCHHOFF

- "La suma de las intensidades que entran en un nudo es igual a la suma de las intensidades que salen del mismo, consideradas todas ellas en el mismo instante de tiempo".
- También conocida como ley de las corrientes.
- Matemáticamente, se puede expresar de dos formas análogas:
  - $\Sigma i_j$ (intensidades entrantes) = $\Sigma i_k$ (intensidades salientes)
  - $\Sigma i_i = 0$

1º DPE ELECTRÓNICA ANALÓGICA 11

## 2.3.- SEGUNDA LEY DE KIRCHHOFF

- También conocida como ley de las tensiones.
- "La suma algebraica de las tensiones a lo largo de una malla es cero".
- Matemáticamente, se expresa: $\Sigma v_i = 0$
- En la bibliografía se pueden encontrar otras definiciones pero ésta es la más completa.
- Un circuito, tendrá que tener como mínimo un generador (ya sea de tensión o de corriente).
- Una malla, no tiene porque tener ningún generador, y sin embargo, sí haber tensión en los elementos pasivos que la formen.

1º DPE ELECTRÓNICA ANALÓGICA 12

## 2.4.- ANÁLISIS DE UNA RED POR KIRCHHOFF

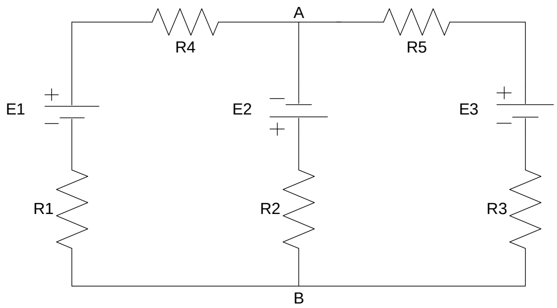
- Primero hay que saber cuantas ecuaciones hay que plantear con cada una de las leyes de Kirchhoff.
- Para la primera ley: $N_1 = n - 1$
- Donde $N_1$ es el número de ecuaciones necesarias de la primera ley, y *n* el número de nudos.
- Para la segunda ley:
- $N_2 = r - (n - 1)$
- Donde $N_2$ es el número de ecuaciones necesarias de la segunda ley, y *r* el número de ramas. Por tanto para un circuito determinado hay que plantear $N_1 + N_2$ ecuaciones.



## 2.4.- ANÁLISIS DE UNA RED POR KIRCHHOFF

- Para plantear las ecuaciones de los nudos, se sitúan sobre el circuito las intensidades (una por cada rama) y se les asigna <u>un sentido arbitrario</u>.
- Se plantea una ecuación para cada nudo menos uno.
- Previamente a plantear la segunda ley de Kirchhoff, hay que poner las polaridades de las tensiones del circuito.
- Hay que recordar el criterio signos.
- Una vez señaladas las polaridades se plantean el número de ecuaciones indicado anteriormente.

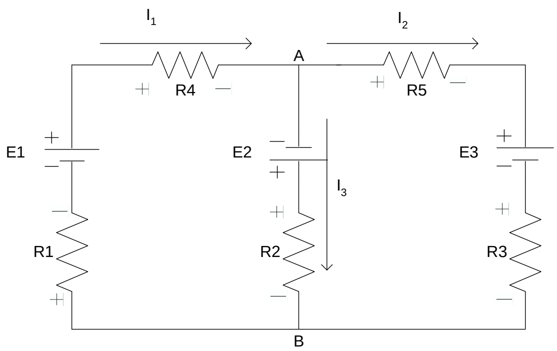
# 2.4.- ANÁLISIS DE UNA RED POR KIRCHHOFF




- 1ª ley de Kirchhoff:
- El circuito tiene 2 nudos.
- Marcamos, con el sentido que queramos, las intensidades las 3 ramas del circuito.

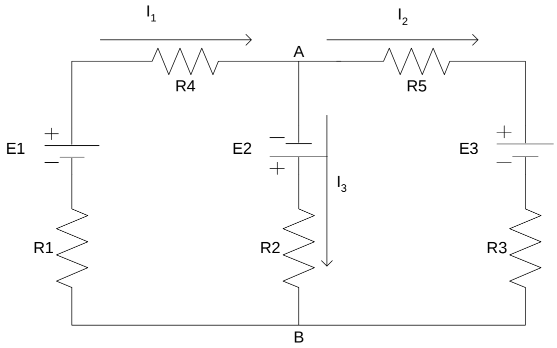


# 2.4.- ANÁLISIS DE UNA RED POR KIRCHHOFF




- 2 nudos →
- 1 ecuación
- Por ejemplo nudo A:
- $I_1 = I_2 + I_3$

# 2.4.- ANÁLISIS DE UNA RED POR KIRCHHOFF




- Se marcan las polaridades.
- 2ª ley de Kirchhoff:
- 3 – (2 – 1) = 2
- Hay que buscar 2 mallas.



# 2.4.- ANÁLISIS DE UNA RED POR KIRCHHOFF

- Empezamos por ejemplo por la malla interior izquierda del circuito.
- Elegimos un punto para empezar a recorrer la malla, y un sentido.
- Por ejemplo el punto A, y el sentido de las agujas del reloj.
- Hay que anotar con signo positivo las tensiones que, en sentido horario, vayan de negativo a positivo, y con signo negativo las contrarias.
- Una vez hecho esto aplicamos lo mismo para la malla que hay a la derecha.

# 2.4.- ANÁLISIS DE UNA RED POR KIRCHHOFF

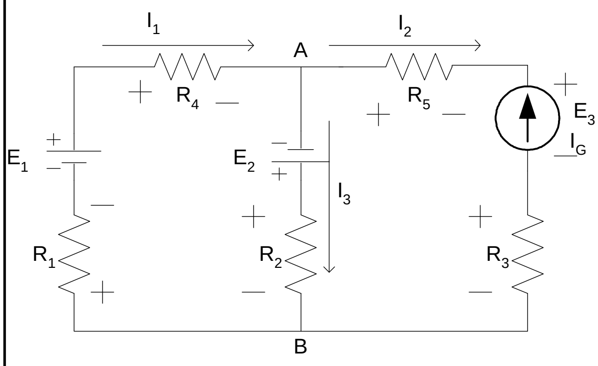
- Cuando el elemento es una fuente de tensión, directamente conocemos su tensión.
- En los elementos pasivos, la tensión es una función de la intensidad (por ej. en una resistencia es $R \cdot I$).
- Las ecuaciones que resultan son:
- Para la malla de la izquierda:
- $E_2 - R_2 \cdot I_3 - R_1 \cdot I_1 + E_1 - R_4 \cdot I_1 = 0$
- Para la malla de la derecha:
- $-R_5 \cdot I_2 - E_3 - R_3 \cdot I_2 + R_2 \cdot I_3 - E_2 = 0$



# 2.4.- ANÁLISIS DE UNA RED POR KIRCHHOFF

- El sistema de ecuaciones a resolver queda:
- $I_1 - I_2 - I_3 = 0$
- $E_2 - R_2 \cdot I_3 - R_1 \cdot I_1 + E_1 - R_4 \cdot I_1 = 0$
- $-R_5 \cdot I_2 - E_3 - R_3 \cdot I_2 + R_2 \cdot I_3 - E_2 = 0$
- Donde las incógnitas son las intensidades, y se suponen conocidos los parámetros de las resistencias y los valores de las fuentes de tensión.
- Al ser un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas tiene solución matemática única.
- Los valores de intensidad que se obtengan pueden ser positivos o negativos.
- Si son negativos, quiere decir que el sentido verdadero es el contrario al que se había asignado inicialmente.

# 2.4.- ANÁLISIS DE UNA RED POR KIRCHHOFF




- Si hay alguna fuente de intensidad en vez de una fuente de tensión:
- No hay que cambiar ninguna ecuación.
- Se cambian las incógnitas.
- Una intensidad es un dato ($I_2$).
- Una tensión pasa a ser una incógnita ($E_3$).



# 3.- ANÁLISIS DE CIRCUITOS EN CORRIENTE CONTÍNUA.

3.1.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN SERIE (DIVISOR DE TENSIÓN).

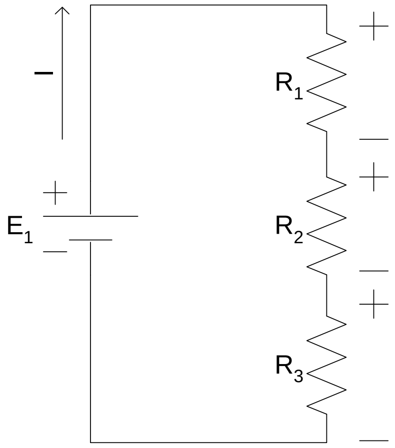
3.2.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN PARALELO (DIVISOR DE INTENSIDAD).

3.3.- CIRCUITOS MIXTOS.

3.4.- CONVERSIÓN TRIÁNGULO-ESTRELLA.

3.5.- CONVERSIÓN ESTRELLA-TRIÁNGULO.

# 3.1.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN SERIE.




- Dos o más elementos se encuentran en serie cuando están conectados en la misma rama.
- En consecuencia circula la misma intensidad por ellos.
- Aplicando la segunda ley de Kirchhoff y la ley de Ohm, obtenemos:
- $E_1 = V_{R1} + V_{R2} + V_{R3}$
- $E_1 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3$
- $E_1 = I \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$



# 3.1.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN SERIE.

- Se obtiene la intensidad: $I = \dfrac{E_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \dfrac{E_1}{R_{eq}}$
- A efectos exteriores, se pueden sustituir las tres resistencias por una única resistencia equivalente de valor igual a la suma de las resistencias en serie.
- Generalizando a *n* resistencias en serie, obtenemos la expresión de la resistencia equivalente en un circuito serie:
- $R_{eq}(\text{serie}) = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n$

# 3.1.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN SERIE.

- Proceso a seguir en un circuito serie para el cálculo de las magnitudes y tensiones se resume así:
  - 1º: se calcula la resistencia equivalente.
  - 2º: se calcula la intensidad.
  - 3º: aplicando la ley de Ohm, se calcula la caída de tensión en cada resistencia.
- **<u>Divisor de tensión:</u>**
- Estas caídas de tensión en las resistencias, se pueden calcular sin el cálculo intermedio de la intensidad, si se da el caso en que éste último dato no interese, o sólo interese la caída de tensión en una resistencia determinada.



# 3.1.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN SERIE.

- Por ejemplo, del circuito serie anterior sólo queremos calcular la tensión en la resistencia 2 ($V_{R2}$).
- $V_{R2} = I \cdot R_2$
- $I = \dfrac{E_1}{R_1 + R_2 + R_3}$
- $V_{R2} = \dfrac{E_1}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot R_2$
- $V_{R2} = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot E_1$

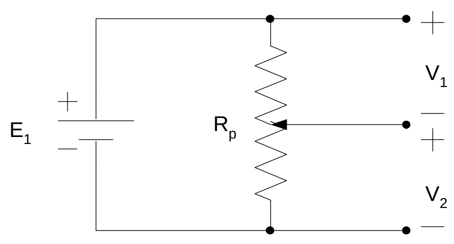
# 3.1.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN SERIE.

- Para conocer la tensión de una resistencia de un conjunto de resistencias en serie, hay que multiplicar el valor de la resistencia cuya tensión se quiere calcular por la tensión total del conjunto de resistencias es serie, y dividir por la suma de las resistencias en serie (resistencia equivalente).
- El concepto de divisor de tensión está íntimamente ligado a la asociación de resistencias (o impedancias) en serie.
- Si conectamos dos o más resistencias en serie, la tensión a la se encuentre sometida dicha rama del circuito se ve repartida entre las resistencias en serie.
- Este tipo de circuitos, donde se reparte la tensión en varias resistencias, es muy utilizado, a veces las resistencias son independientes y otras se trata de potenciómetros.

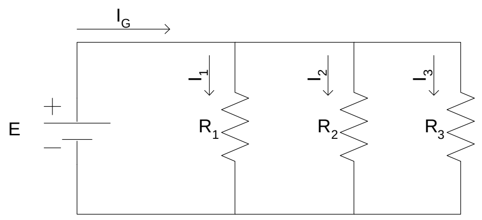


# 3.1.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN SERIE.

- Potenciómetro: resistencia de valor ajustable manualmente.
- Normalmente constan de tres terminales, entre dos de ellos se encuentra la resistencia, y el tercero (llamado cursor), se conecta a un punto intermedio ajustable.
- Se puede hacer un circuito con dos resistencias en serie, donde cada una de ellas tiene una fracción de la resistencia y de la tensión total.



# 3.2.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN PARALELO.




- Varios elementos están conectados en paralelo cuando están conectados a la misma tensión.
- Por aplicación de la primera ley de Kirchhoff, se reparten las intensidad.
- $I_G = I_1 + I_2 + I_3$



# 3.2.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN PARALELO.

- Aplicando la ley de Ohm a las intensidades:
- $I_G = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3} = E \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$
- $E = \dfrac{I_G}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = I_G \cdot R_{eq}$

# 3.2.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN PARALELO.

- Luego se puede decir que la resistencia equivalente es:

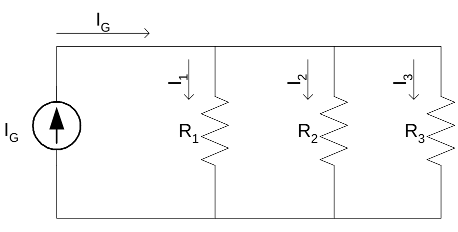
$$R_{eq(paralelo)} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}}$$

- Para el caso (bastante común) de que sólo hayan 2 resistencias en paralelo:

$$R_{eq(paralelo)} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



# 3.2.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN PARALELO.




- **<u>Divisor de intensidad</u>**:
- Cuando se conoce la intensidad total de un conjunto de resistencias en paralelo, se puede calcular la intensidad que pasa por una resistencia sin resolver todo el circuito.

# 3.2.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN PARALELO.

- **Divisor de intensidad**:
- Por ejemplo queremos calcular la intensidad en $R_2$ sin resolver todo el circuito.
- La fuente $I_G$ genera una tensión $E_G$.
- Aplicando la ley de Ohm:
- $I_2 = \frac{E_G}{R_2} = \frac{I_G \cdot R_{eq}}{R_2} = \frac{I_G}{R_2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)}$



# 3.2.- CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN PARALELO.

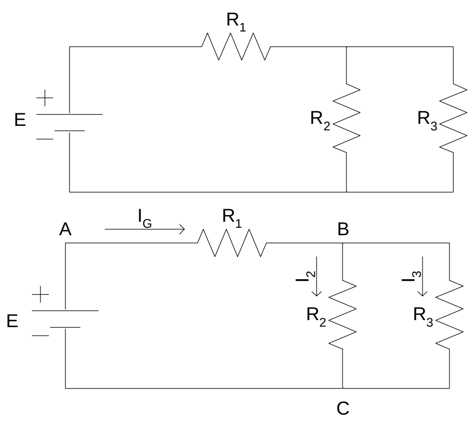
- **Divisor de intensidad**:
- Para calcular el valor de la intensidad de una resistencia, hay que dividir el valor de la intensidad total que se reparte en paralelo entre el valor de la resistencia cuya intensidad queremos calcular y entre la suma de las inversas de las resistencias (la suma de las conductancias) que hay en paralelo.

# 3.3.- CIRCUITOS MIXTOS.

- Circuitos mixto sería cualquier circuito que no es ni completamente paralelo ni completamente serie.
- Por lo tanto hay infinitas posibilidades de circuitos mixtos.
- Vamos a indicar unos pasos generales de resolución, que valen para la mayoría de los circuitos mixtos.
- Veamos dos ejemplos, donde lo primero que hacemos es buscar las asociaciones serie y paralelo que hay internas.
- Esto hay veces que es imposible hacer así.



# 3.3.- CIRCUITOS MIXTOS.




- Conviene marcar los nudos con letras, y señalar arbitrariamente las intensidades.
- En este caso, las resistencias $R_2$ y $R_3$ se encuentran conectadas en paralelo.
- Paralelo se señala con //

# 3.3.- CIRCUITOS MIXTOS.

- La resistencia $R_2//R_3$, una vez ya considerada como una única, está conectada en serie con $R_1$.
- La resistencia equivalente de todo el circuito, es:
- $R_{eq} = R_1 + (R_2//R_3)$.
- Desarrollando queda: $R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$
- Conocida la resistencia equivalente podemos calcular la intensidad que proporciona el generador:

$$I_G = \frac{E}{R_{eq}}$$

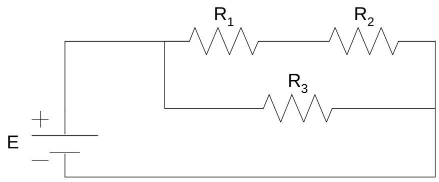


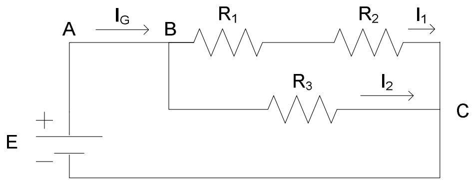
# 3.3.- CIRCUITOS MIXTOS.

- Luego calculamos las caídas de tensión en AB y BC:
- $V_{AB} = I_G \cdot R_1$
- $V_{BC} = I_G \cdot (R_2 // R_3)$
- Por último calculamos las intensidades por $R_2$ y $R_3$:

$$I_2 = \frac{V_{BC}}{R_2} \qquad I_3 = \frac{V_{BC}}{R_3}$$

# 3.3.- CIRCUITOS MIXTOS.




- En primer lugar marcamos los nudos con letras.
- Después señalamos las intensidades.
- $R_1$ y $R_2$ se encuentran en serie, y la resistencia equivalente de ambas está en paralelo con $R_3$.



# 3.3.- CIRCUITOS MIXTOS.

- La resistencia equivalente a todo el circuito queda:

$$R_{eq} = (R_1 + R_2) // R_3 = \frac{(R_1 + R_2)\cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

- Con la resistencia equivalente se puede calcular la intensidad del generador: $I_G = \dfrac{E}{R_{eq}}$
- Esta intensidad se podría haber calculado posteriormente ya que $I_G = I_1 + I_2$.
- Las intensidades de cada rama son: $I_1 = \dfrac{E}{R_1 + R_2}$ $\quad I_2 = \dfrac{E}{R_3}$

# 3.3.- CIRCUITOS MIXTOS.

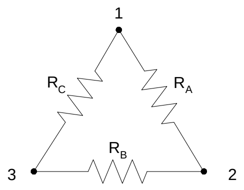
- Por último las tensiones en las resistencias $R_1$ y $R_2$:
- $V_{R1} = R_1 \cdot I_1$
- $V_{R2} = R_2 \cdot I_1$
- Circuitos mixtos pueden haber todos los que se pueda imaginar, la forma de resolverlos dependerá del circuito en cuestión, pero si se encuentran las asociaciones serie y paralelo dentro del circuito, su resolución será trivial.
- Hay ocasiones en que no se pueden encontrar las asociaciones serie y paralelo internas.
- Para ello habrá que recurrir o bien directamente a las leyes de Kirchhoff o bien a las técnicas que faltan por ver en este tema.



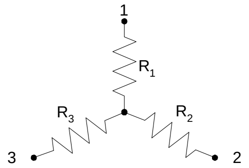
# 3.4.- CONVERSIÓN TRIÁNGULO - ESTRELLA

- Dos casos especiales de redes en las que no son ni serie ni paralelo son las redes en forma de triángulo y de estrella.
- Ambos casos son muy utilizados en lo que se conoce como trifásica.
- Nos interesan las equivalencias o transformaciones entre estrella y triángulo y viceversa.

- Triángulo




- Estrella



# 3.4.- CONVERSIÓN TRIÁNGULO - ESTRELLA

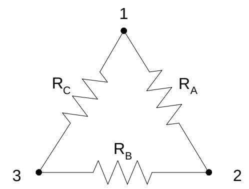
- Se trata de encontrar equivalencia entre ambas redes a efectos exteriores a ellas:

$$R_1 = \frac{R_A \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

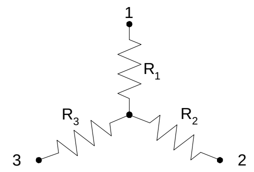
$$R_2 = \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_3 = \frac{R_B \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

- Triángulo




- Estrella






# 3.5.- CONVERSIÓN ESTRELLA - TRIÁNGULO

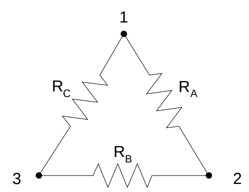
- Ahora las conversiones en sentido inverso:

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_3}$$

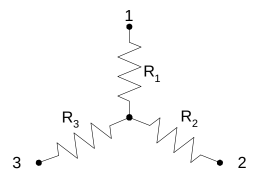
$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

$$R_C = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_2}$$

- Triángulo




- Estrella



# 4.- OTROS MÉTODOS DE ANÁLISIS

4.1.- ECUACIONES DE NUDOS.

4.2.- TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN.

4.3.- TEOREMAS DE THÉVENIN Y NORTON.



# 4.1.- ECUACIONES DE NUDOS.

- Consiste en plantear, de las ecuaciones de Kirchhoff, sólo las ecuaciones de nudos, tantas como nudos haya menos uno.
- Hay que considerar un nudo de referencia en el circuito, y entonces poner las tensiones respecto al nudo de referencia.
- Es lo mismo que cuando en electrónica se pone un terminal de masa para analizar un circuito.

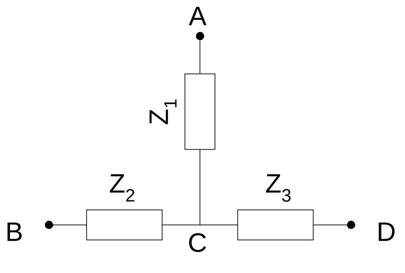
# 4.1.- ECUACIONES DE NUDOS.

- Lo primero que hay que hacer es darles nombre a los nudos.
- En cada nudo, se consideran todas las intensidades como salientes o como entrantes, de forma que la suma de ellas se pueda igualar a cero.
- Las intensidades, en las ecuaciones de nudos, se obtienen a partir de aplicar la ley de Ohm, o su generalización para corriente alterna, de forma que cada intensidad es una diferencia de tensiones dividida por una resistencia o impedancia.



# 4.1.- ECUACIONES DE NUDOS.

- Ejemplo: consideramos todas las intensidades salientes del nudo C.
- $I_1 + I_2 + I_3 = 0$
- Aplicando la ley de Ohm a las impedancias $Z_1$, $Z_2$, $Z_3$:



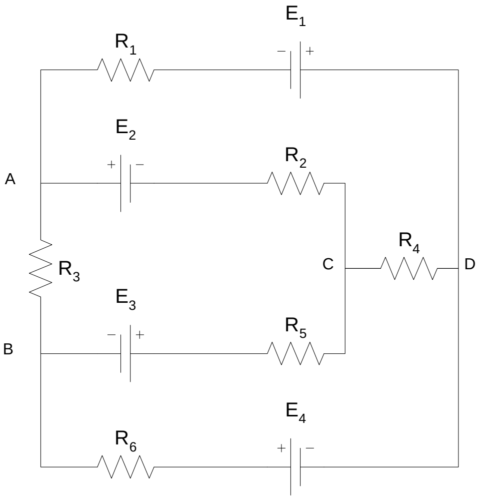

$$I_1 = \frac{V_C - V_A}{Z_1} \qquad I_2 = \frac{V_C - V_B}{Z_2} \qquad I_3 = \frac{V_C - V_D}{Z_3}$$

- Sustituyendo queda:

$$\frac{V_C - V_A}{Z_1} + \frac{V_C - V_B}{Z_2} + \frac{V_C - V_D}{Z_3} = 0$$

# 4.1.- ECUACIONES DE NUDOS.

- Ejemplo:
- Escogemos el D como nudo de referencia ó 0 V.
- Para analizar cada nudo, consideramos que todas las intensidades salen del nudo que en ese momento estamos analizando.
- Esto implica cambiar los sentidos de las intensidades según el nudo que analizamos.






# 4.1.- ECUACIONES DE NUDOS.

- Ejemplo:
- Ecuación del nudo A:

$$\frac{V_A - V_B}{R_3} + \frac{V_A - (-E_1)}{R_1} + \frac{(V_A - E_2) - V_C}{R_2} = 0$$

- Ecuación del nudo B:

$$\frac{V_B - V_A}{R_3} + \frac{(V_B + E_3) - V_C}{R_5} + \frac{(V_B - E_4) - 0}{R_6} = 0$$

- Ecuación del nudo C:

$$\frac{V_C - (V_A - E_2)}{R_2} + \frac{V_C - (E_3 + V_B)}{R_5} + \frac{V_C - 0}{R_4} = 0$$

# 4.1.- ECUACIONES DE NUDOS.

- Ejemplo:
- Una vez conocidos los valores de tensión en los nudos ($V_A$, $V_B$, $V_C$) respecto al nudo de referencia (es decir una vez resuelto el sistema de ecuaciones), es sencillo calcular cualquier intensidad, aplicando la ley de Ohm:
- Si llamamos $I_1$ a la intensidad correspondiente a $R_1$, y hacemos lo mismo con el resto de intensidades:

$$I_1 = \frac{V_A - (-E_1)}{R_1} \qquad I_2 = \frac{(V_A - E_2) - V_C}{R_2} \qquad I_3 = \frac{V_B - V_A}{R_3}$$

$$I_4 = \frac{V_C - 0}{R_4} \qquad I_5 = \frac{(V_B + E_3) - V_C}{R_5} \qquad I_6 = \frac{(V_B - E_4) - 0}{R_6}$$

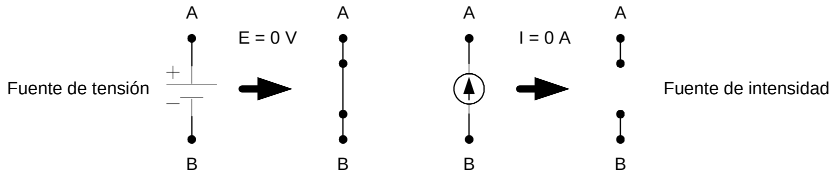


# 4.2.- TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN.

- Si en un circuito lineal tenemos dos o más generadores independientes, podemos analizar cualquier magnitud como suma de los efectos originados por cada generador actuando por separado, es decir, con todos los demás generadores independientes eliminados.
- Por circuito lineal se entiende aquel en las magnitudes varían de forma lineal, por tanto valen los componentes estudiados hasta ahora como: generadores, resistencias, condensadores y bobinas. Los componentes que no valdrían serían del tipo interruptores, conmutadores, relés, ... cuya variación sobre los circuitos no es lineal.

# 4.2.- TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN.

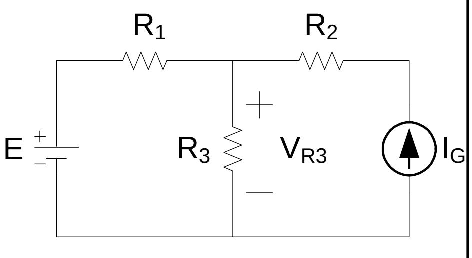
- Eliminar un generador equivale a que la magnitud que proporciona vale cero.
  - Si es un generador de tensión, la tensión entre sus extremos ha de ser cero, por lo que se cortocircuita.
  - Si es un generador de intensidad, la intensidad que proporciona a su rama ha de ser cero, por lo que se abre el circuito en la posición donde esté la fuente de intensidad.






# 4.2.- TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN.

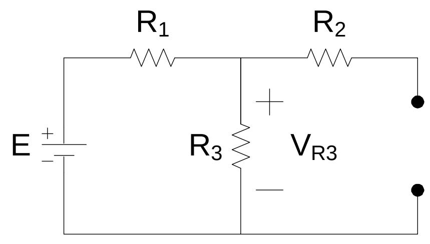
- Ejemplo:
- Queremos conocer la caída de tensión en R3 ($V_{R3}$).
- Para ello, aplicando el teorema de superposición, vamos a resolver el circuito 2 veces:
  - Eliminando la fuente de intensidad $I_G$.
  - Eliminando la fuente de tensión E.



# 4.2.- TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN.

- Ejemplo:
- Eliminamos la fuente de intensidad.
- Entonces $R_2$ no influye para nada a la tensión en $R_3$.
- Aplicando el divisor de tensión:

$$V'_{R3} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \cdot E$$

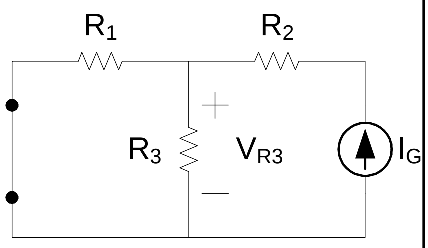





# 4.2.- TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN.

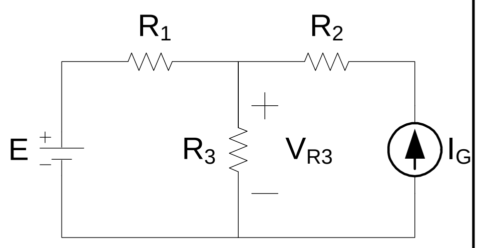
- Ejemplo:
- Eliminamos la fuente de tensión.
- El paralelo formado por $R_1$ y $R_3$ se encuentra en serie con la fuente de intensidad, por lo que aplicando la ley de Ohm a la resistencia en paralelo $R_1//R_3$ la tensión en $R_3$ es:

$$V''_{R3} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} \cdot I_G$$



# 4.2.- TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN.

- Ejemplo:
- Por lo que la tensión en $R_3$ es la suma de los efectos de cada fuente por separado:




$$V_{R3} = V'_{R3} + V''_{R3} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \cdot E + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} \cdot I_G$$



# 4.3.- TEOREMAS DE THÉVENIN Y NORTON.

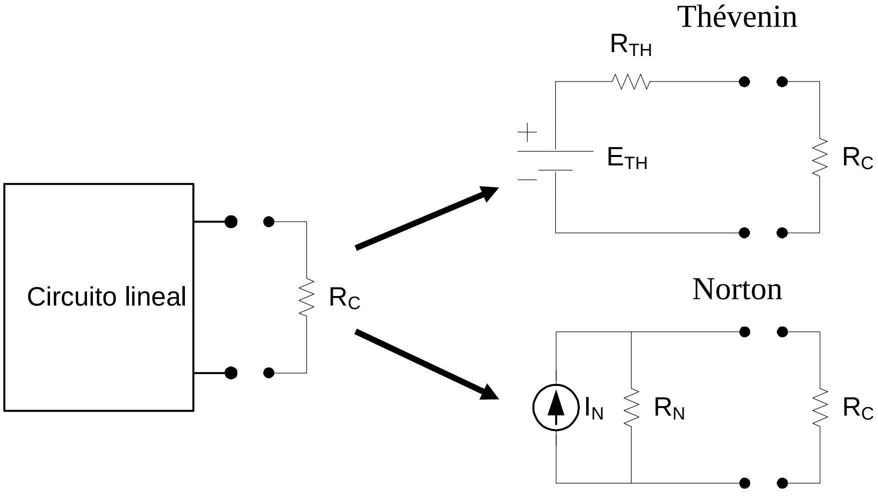
- Teorema de Thévenin:
- Si tenemos un circuito lineal con componentes activos y pasivos, se comporta respecto a una carga exterior, conectada a dos puntos de dicho circuito, como una única fuente de tensión conectada en serie con una resistencia (impedancia en corriente alterna).
- El valor de la tensión generada por la fuente lo llamamos tensión de Thévenin, $E_{TH}$, y a la resistencia (o impedancia) asociada la llamamos resistencia o impedancia de Thévenin, $R_{TH}$ o $Z_{TH}$.

# 4.3.- TEOREMAS DE THÉVENIN Y NORTON.

- Teorema de Norton:
- Si tenemos un circuito lineal con componentes activos y pasivos, se comporta respecto a una carga exterior, conectada a dos puntos de dicho circuito, como una única fuente de intensidad en paralelo con una resistencia (impedancia en corriente alterna).
- El valor de la intensidad generada por la fuente lo llamamos intensidad de Norton, $I_N$, y a la resistencia (o impedancia) asociada la llamamos resistencia o impedancia de Norton, $R_N$ o $Z_N$.



# 4.3.- TEOREMAS DE THÉVENIN Y NORTON.



# 4.3.- TEOREMAS DE THÉVENIN Y NORTON.

- Para hallar la tensión de Thévenin, hay que abrir el circuito por los terminales entre los cuales se desea calcular el equivalente (es decir desconectar la carga), y calcular o medir la tensión entre dichos terminales.
- Para hallar la intensidad de Norton, hay que cortocircuitar el circuito por los terminales por donde se desea encontrar el equivalente, y calcular o medir la intensidad en dicha rama.
- Para hallar la resistencia de Thévenin o de Norton (ya que es la misma), se eliminan todas las fuentes de tensión e intensidad, de la misma forma que se explicó en el teorema de superposición, se deja el circuito abierto por los puntos donde queremos encontrar el equivalente, y se mide o se calcula la resistencia entre dichos puntos o terminales.

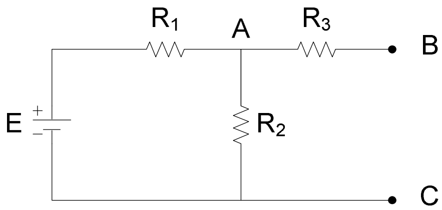


# 4.3.- TEOREMAS DE THÉVENIN Y NORTON.

- Los teoremas de Thévenin y Norton son equivalentes entre sí.
- Las resistencias de Thévenin y Norton son la misma.
- Conocido el equivalente de Thévenin, la intensidad de Norton es:
- $I_N = E_{TH} / R_{TH}$
- Conocido el equivalente de Norton, la tensión de Thévenin es:
- $E_{TH} = I_N \cdot R_N$

# 4.3.- TEOREMAS DE THÉVENIN Y NORTON.

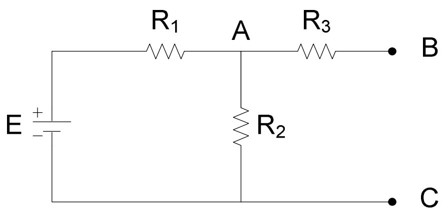
- <u>Ejemplo</u>: Calcular el equivalente de Thévenin del circuito de la figura entre los puntos B y C.
- Empezamos calculando la tensión de Thévenin ($E_{TH}$).
- Hay que desconectar la carga, pero en este caso no hay ninguna.
- Por $R_3$ no circula intensidad, por lo tanto no hay caída de tensión.





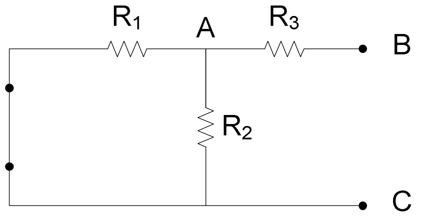

# 4.3.- TEOREMAS DE THÉVENIN Y NORTON.

- <u>Ejemplo</u>:
- Como no hay caída de tensión en $R_3$, la tensión de Thévenin ($E_{TH}$) es la misma que la tensión entre A y B.
- Aplicando el divisor de tensión para $R_2$:
- $E_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E$



# 4.3.- TEOREMAS DE THÉVENIN Y NORTON.

- Ejemplo:
- Para calcular la resistencia de Thévenin ($R_{RH}$), hay que eliminar el generador E (cortocircuitarlo) y obtener la resistencia entre los puntos B y C.
- Se observa que $R_1$ y $R_2$ están en paralelo y en serie con $R_3$, por lo tanto:

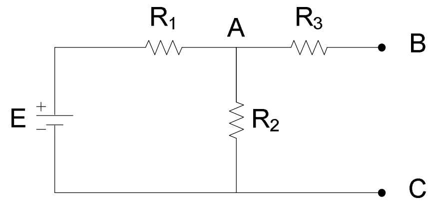


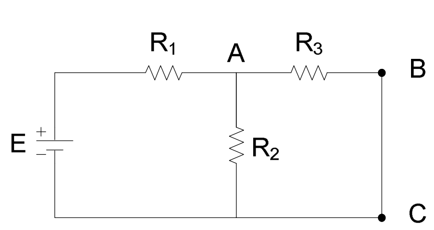

$$R_{TH} = (R_1 // R_2) + R_3 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3$$



# 4.3.- TEOREMAS DE THÉVENIN Y NORTON.

- Ejemplo: Calcular el equivalente de Norton del circuito anterior.
- Para calcular la intensidad de Norton, hay que cortocircuitar BC y calcular la intensidad por esa rama.
- Se podría calcular por cualquier método, pero como conocemos el equivalente de Thévenin es muy rápido conocer el de Norton.



# 4.3.- TEOREMAS DE THÉVENIN Y NORTON.

- <u>Ejemplo</u>:
- Conocido previamente el equivalente de Thévenin:

$$E_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E$$

$$R_{TH} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2}$$

$$I_N = \frac{E_{TH}}{R_{TH}}$$

$$I_N = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)(R_1 + R_3)(R_2 + R_3)} \cdot E$$



# 5.- BIBLIOGRAFÍA


- Arnau Vives, A., Ferrero y de Loma-Osorio, J.M., Jiménez Jiménez, Y. y Sogorb Devesa, T.: “Sistemas electrónicos de comunicaciones I”. Ed. U.P.V. Valencia, 2000.
- Castejón, A. y Santamaría, G.: “Tecnología eléctrica”. Ed. McGraw-Hill. Madrid, 1993.
- Guerrero, A., Sánchez, O., Moreno, J.A. y Ortega, A.: “Electrotecnia”. Ed. McGraw-Hill. Madrid, 1998.